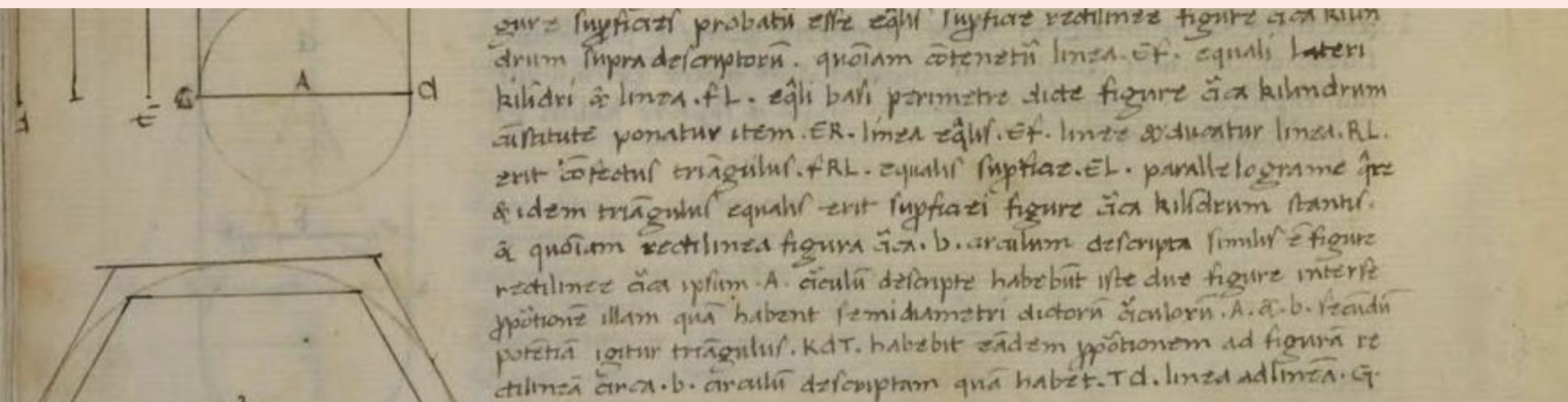


Keplero: alla ricerca dell'armonia delle sfere

Prof. S. Rauci

Liceo «F. Brunelleschi» - Afragola



Workshop «Matematica e Latino nella Scuola secondaria di secondo grado»

II edizione - Roma, 4-5 aprile 2025

Keplero: alla ricerca dell'armonia delle sfere

APPROCCIO STORICO ALLA DIDATTICA DELLA MATEMATICA

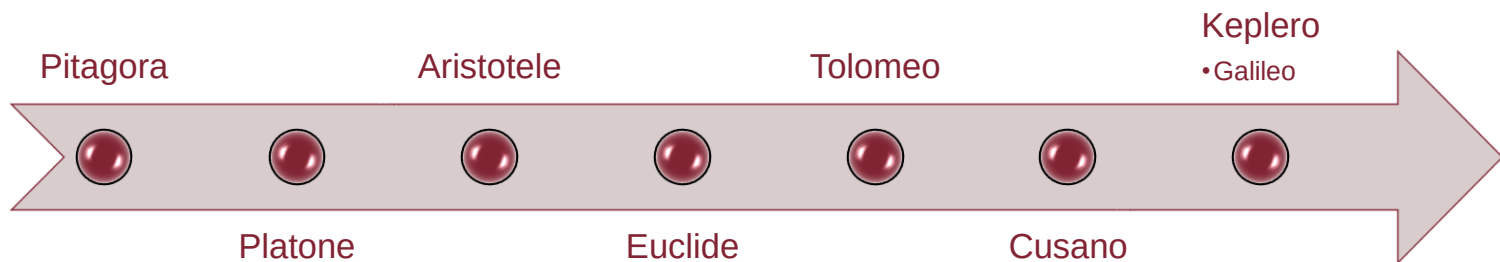
Lo studente saprà inquadrare le varie **teorie matematiche studiate nel contesto storico** entro cui si sono sviluppate e ne comprenderà il significato concettuale.

Lo studente avrà acquisito una **visione storico-critica dei rapporti tra le tematiche principali del pensiero matematico e il contesto filosofico, scientifico e tecnologico**. In particolare, avrà acquisito il senso e la portata dei tre principali momenti che caratterizzano la formazione del pensiero matematico: **la matematica nella civiltà greca**, il calcolo infinitesimale che nasce con **la rivoluzione scientifica del Seicento** e che porta alla matematizzazione del mondo fisico, la svolta che prende le mosse dal razionalismo illuministico e che conduce alla formazione della matematica moderna e a un nuovo processo di matematizzazione che investe nuovi campi (tecnologia, scienze sociali, economiche, biologiche) e che ha cambiato il volto della conoscenza scientifica.

Indicazioni Nazionali per i Licei (2010)

PROPOSTA MULTIDISCIPLINARE

- **Matematica**
- **Latino**
- Filosofia
- Storia
- Scienze
- Storia dell'arte



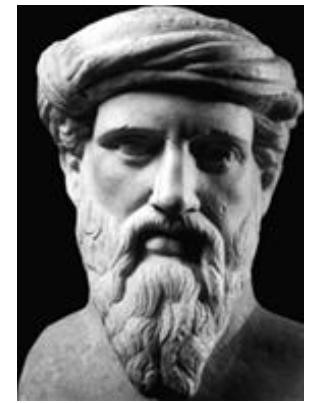
OBIETTIVI

- Suscitare interesse e curiosità verso la **matematica** con un approccio storico e filosofico della materia al di là dei tecnicismi di procedure e calcoli
- Riflettere sul **latino** come linguaggio della scienza e sul suo ruolo nella cultura occidentale
- Conoscere l'uso della lingua latina di autori successivi al periodo classico ed in contesti non letterali, analizzando le differenze nel lessico e nelle strutture sintattiche
- Ricercare in rete ed analizzare i testi originali

STRUMENTI E METODOLOGIE

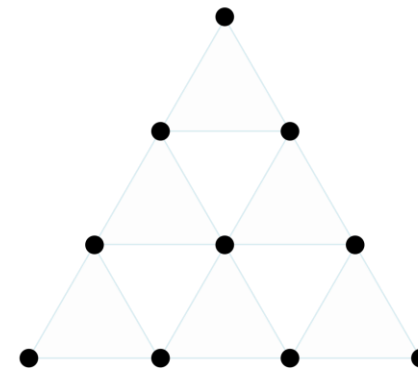
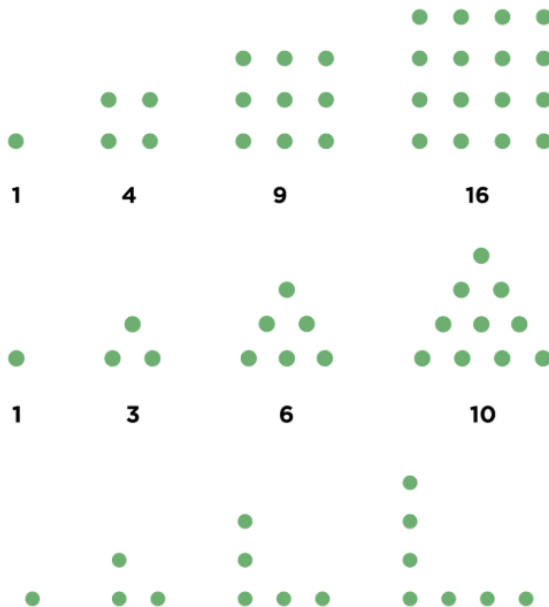
- Lezione frontale
 - Didattica laboratoriale
 - Lavoro cooperativo di traduzione dal latino
 - Momenti di discussione e riflessione in ottica metacognitiva
- 
- Evoluzione della scienza ed il principio di autorità
 - Il latino come lingua della scienza nell'età moderna
 - La distinzione tra le «due culture»: umanistica e scientifica

Pitagora (580 a.C. - 495 a.C.)



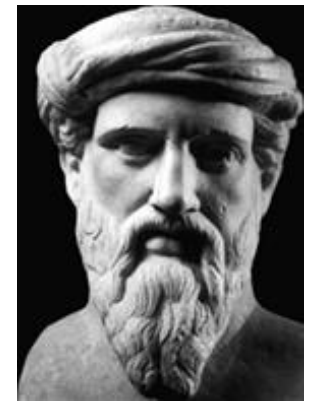
Κόσμος

L'universo è interamente dominato dal numero in cui gli elementi contrastanti sono pacificati in armonia. Per questo motivo i pitagorici sono primi ad associare all'universo la parola **cosmo** che vuol dire "ordine".



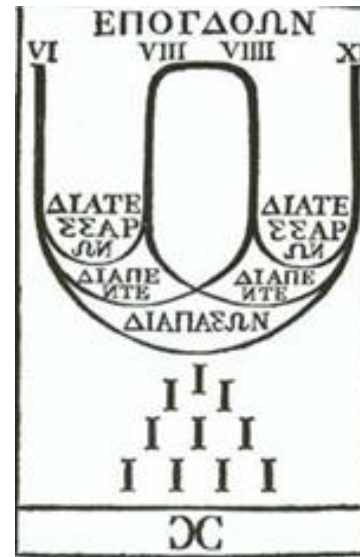
tetraktýs

Pitagora (580 a.C. - 495 a.C.)



Rap. masse martelli (o Rap. Lung. corde)	Effetto qualitativo	Intervallo
1 = 1:1	Stesso suono	Unisono
2 = 2:1	Stesso suono ma altezza doppia	Ottava
1,5 = 3:2	Suoni differenti ma consonanti	Quinta
1,333... = 4:3	Suoni differenti ma consonanti	Quarta

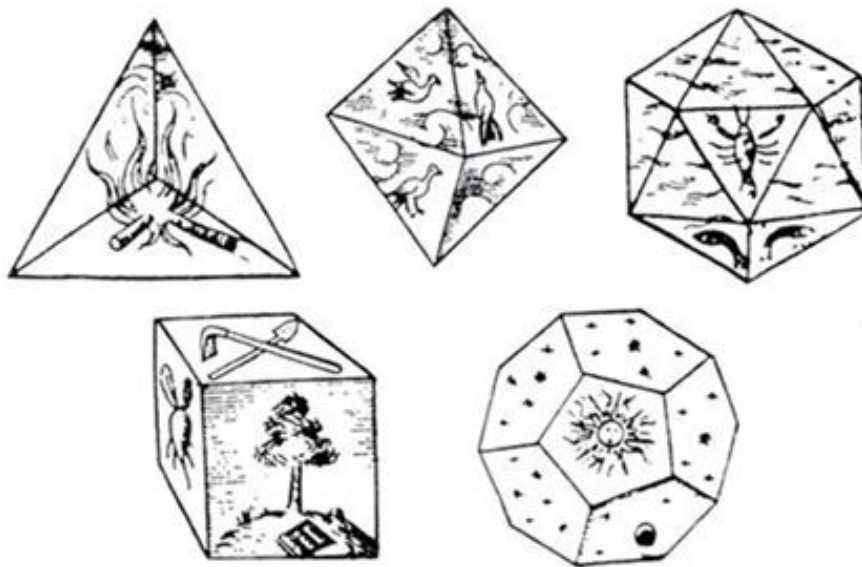
3/2



[I Pitagorici] poiché vedevano che le note e gli accordi musicali consistevano nei numeri; e, infine, poiché tutte le altre cose, in tutta la realtà [...] pensarono che gli elementi del numero fossero elementi di tutte le cose, e che tutto l'universo fosse armonia e numero.

Aristotele, Metafisica

Platone (428 a.C. – 348 a.C.)



... alla terra diamo la figura cubica; perché delle quattro specie la terra è la più immobile, e dei corpi il più plasmabile... e poi all'acqua la forma meno mobile delle altre (icosaedro), al fuoco la più mobile (tetraedro), e all'aria l'intermedia (ottaedro): e così il corpo più piccolo al fuoco, il più grande all'acqua, e l'intermedio all'aria, e inoltre il più acuto al fuoco, il secondo per acutezza all'aria, e il terzo all'acqua... Restava una quinta combinazione e il Demiurgo se ne giovò per decorare l'universo (dodecaedro)

Platone - Timeo

Aristotele (384 a.C. - 322 a.C.) Tolomeo (100 d.C. – 168 d.C)



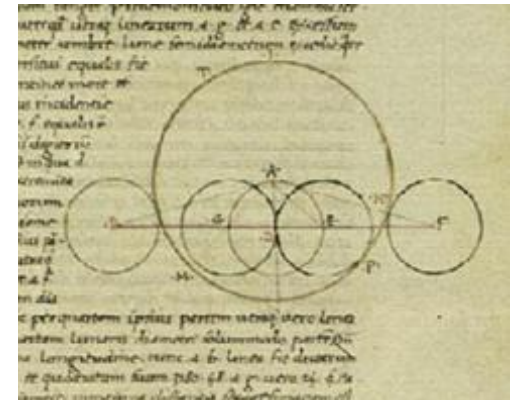
«Dogmi cosmologici»

- Geocentrismo: la Terra è immobile ed è al centro dell'Universo
- La distinzione tra il mondo «sublunare» soggetto a divenire e corruzione ed il mondo «celeste» eterno e incorruttibile
- La perfezione dei corpi celesti implica che il loro modo deve essere perfetto:
 - Circolare
 - Uniforme

De caelo (350 a.C.)



Almagesto (150 d.C.)



Euclide (300 a.C.)



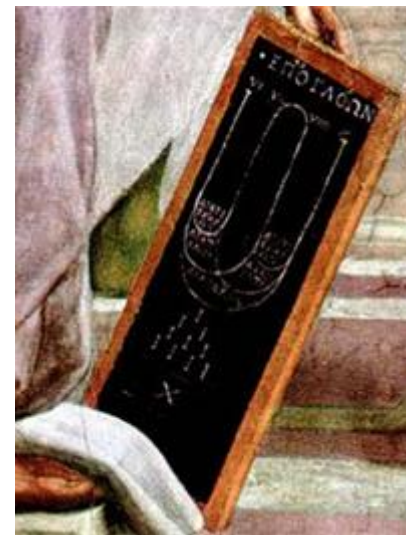
Nel libro VI degli Elementi, definisce così il rapporto aureo o proporzione estrema e media: **“una linea retta è divisa secondo la proporzione estrema e media quando l’intera linea sta alla parte maggiore così come la maggiore sta alla minore”**

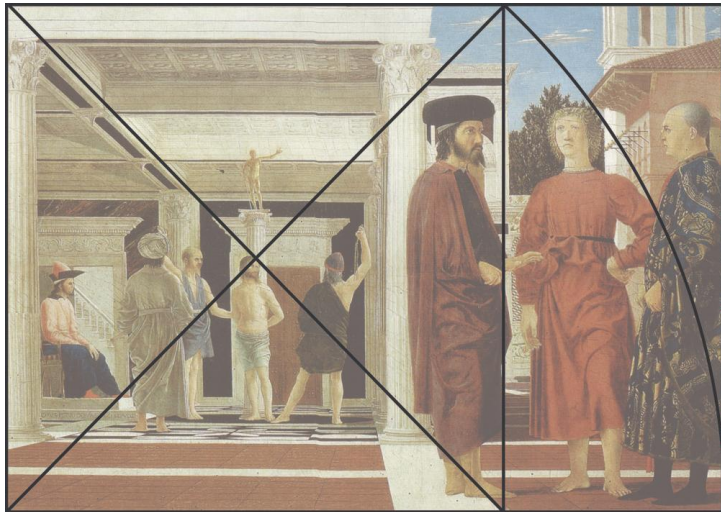
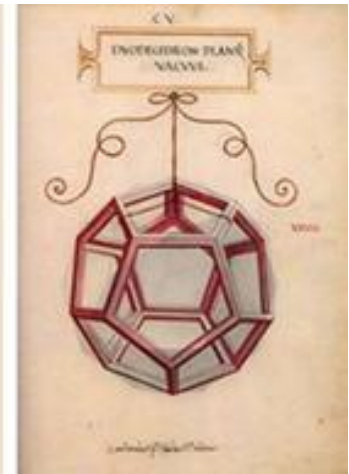
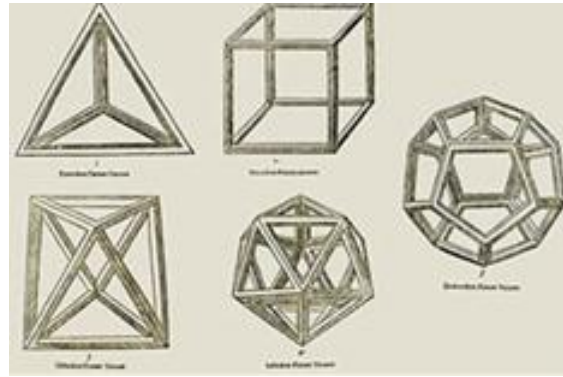
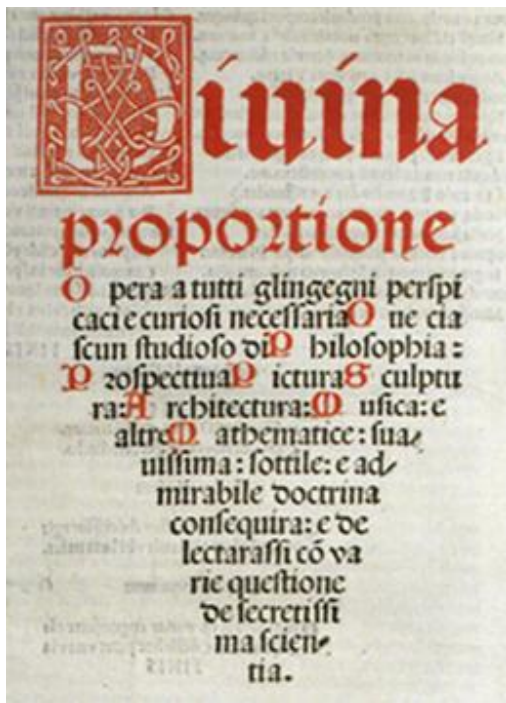


$$BC : AB = AB : AC$$

La geometria possiede due grandi tesori: uno è il teorema di Pitagora; l’altro la divisione di una linea secondo il rapporto estremo e medio. Possiamo paragonare il primo a una certa quantità d’oro, e definire il secondo una pietra preziosa

Keplero





*Quoniam sapientum concors sententia est per ista visibilia et
magnitudinem, pulchritudinem atque ordinem rerum nos
duci in stuporem artis et excellentiae divinae*

Poiché il giudizio è concorde con la ^{sapienza} ~~sapienza~~
che ~~ATTAGNE~~ ^{LE COSE VISIBILI} ~~PROPRIO PER LA VISIBILITÀ~~ ^{LA GRANDEZZA LA BELLEZZA E}
E L'ORDINE DELLE COSE CI CONDUCE AD OSSERVARE CO STUPORE
DELL'ARTE E DELL'ECCellenza DIVINA. HA DURANTE LA ~~NUOVA~~ CREAZIONE DEL
MONDO DIO HA USATO L'ARITMETICA, LA GEOMETRIA, LA MUSICA E L'ASTRONOMIA.
INFATTI NOI USIAMO QUESTE ARTI MENTRE INVESTIGHIAMO LE PROPORZIONI
DELLE COSE E DEGLI ELEMENTI E DEI MOTI. ~~PER~~ INFATTI ~~PER~~ RIVELI

nihil mediat nisi ellipsis alia. Ergo ellipsis est Planetæ iter; & lunula
a semicirculo resecta habet dimidiam prioris latitudinem scilicet 429.

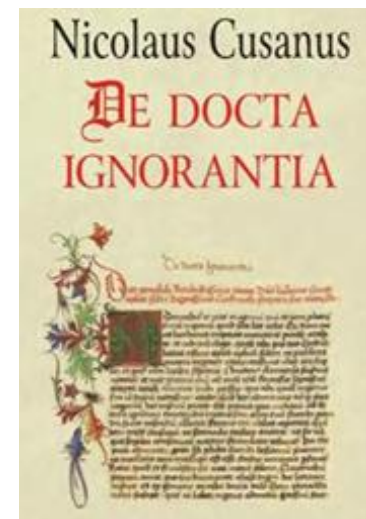
Quod si iter Planetæ esset ellipsis, satis patuit, non posse i pro f u-
furpari: quia si hoc fit, iter Planetæ buccosum efficitur. Sint enim angulis
GBD. HAK. æquales infra QBP. SAR: Et centro x scribatur rursum epicyclus

Arcum ellipseos, cuius moras metitur area AKN,
debere terminari in LK, ut sit AM.

Prima Legge di Keplero
Dunque il percorso del pianeta è un'ellisse... quindi
questa ellisse non ha interesse per i cui
l'ellisse consiste in un movimento
regolare; come si eseguirà nel capitolo
seguente: non appena sarà anche
dimostrato che nessuna figura è
esclusa al posto del pianeta che
ellisse in modo perfetto

Seconda legge di Keplero
L'area dell'ellisse, ^{l'area} ~~la cui~~ cui parti misurate
AKN, debbe terminare in LK, per essere
AM

Niccolò Cusano - De docta ignorantia (1440)



Quoniam sapientum concors sententia est per ista visibilia et magnitudinem, pulchritudinem atque ordinem rerum nos duci in stuporem artis et excellentiae divinae

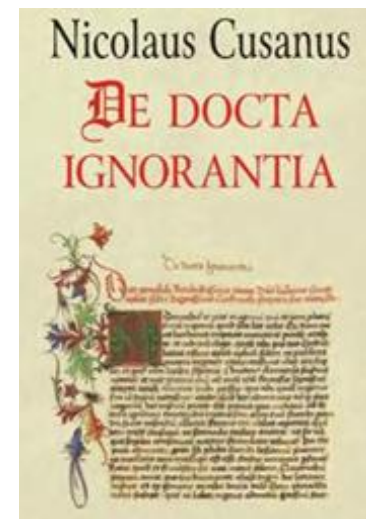
È opinione unanime dei sapienti che, attraverso le realtà visibili, ed in particolare attraverso la grandezza, la bellezza e l'ordine delle cose, noi siamo condotti ad ammirare con stupore l'arte e l'eccellenza di Dio.

Deus arithmetica, geometria atque musica simul et astronomia usus in mundi creatione, quibus artibus etiam et nos utimur, dum proportionales rerum et elementorum atque motuum investigamus.

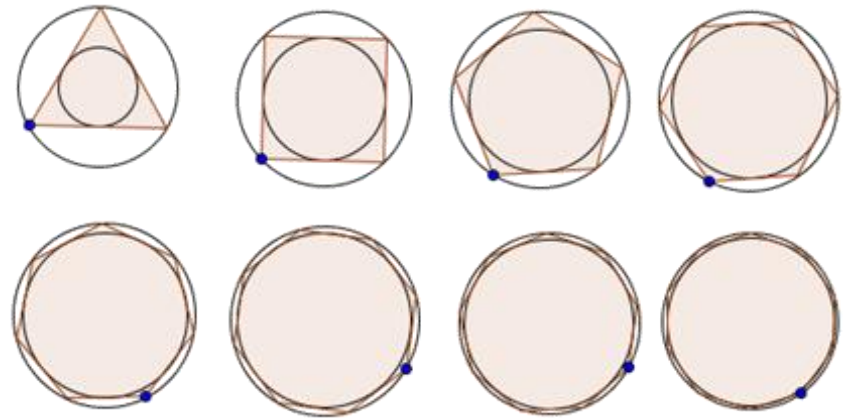
Nel creare il mondo, Dio ha impiegato l'aritmetica, la geometria, la musica e insieme l'astronomia, arti che anche noi impieghiamo quando indaghiamo le proporzioni che vi sono fra le cose, fra gli elementi e fra i movimenti.

Niccolò Cusano - De docta ignorantia (1440)

Intellectus igitur, qui non est veritas, numquam veritatem adeo praecise comprehendit, quin per infinitum praecisius comprehendi possit, habens se ad veritatem sicut polygonia ad circulum, quae quanto inscripta plurium angulorum fuerit, tanto similior circulo, numquam tamen efficitur aequalis, etiam si angulos in infinitum multiplicaverit, nisi in identitatem cum circulo se resolvat.



L'intelletto, infatti, sta alla verità come un poligono [inscritto in un cerchio] sta al cerchio: quanti più saranno gli angoli del poligono, tanto più esso sarà simile al cerchio; tuttavia, anche se il numero dei suoi angoli venisse moltiplicato all'infinito, il poligono non diventerà mai uguale al cerchio



Keplero



- 1571 – Nasce a Weil-der-Stadt (Germania)
- 1589 – Studia teologia all' Università di Tubinga
- 1594 – Docente di matematica a Gratz
- 1597 – **Mysterium Cosmographicum**
- 1600 – A Praga e a Benatky con Tycho Brahe
- 1601 – Nominato matematico imperiale Rodolfo II
- 1609 – **Astronomia Nova**
- 1611 – Morte della moglie e del figlio prediletto
- 1613 – Inizio del processo contro la madre
- 1619 – **Harmonices Mundi**
- 1627 – Tabulae Rudolphinae (dopo 26 anni)
- 1630 – Muore il 15 novembre a Ratisbona

Mysterium Cosmographicum (1596)



MYSTERIVM COSMOGRAPHICVM,

*DE ADMIRABILI PROPORTIONE orbium
coelestium: deque causis coelorum numeri,
magnitudinis motuumque periodicorum
genuinis et propriis*

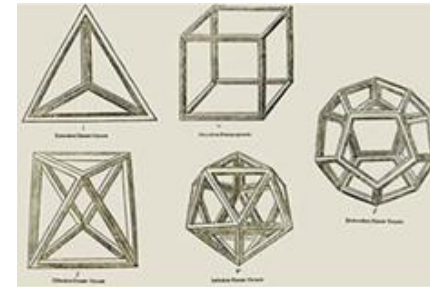
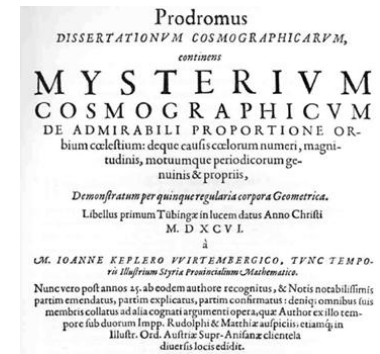
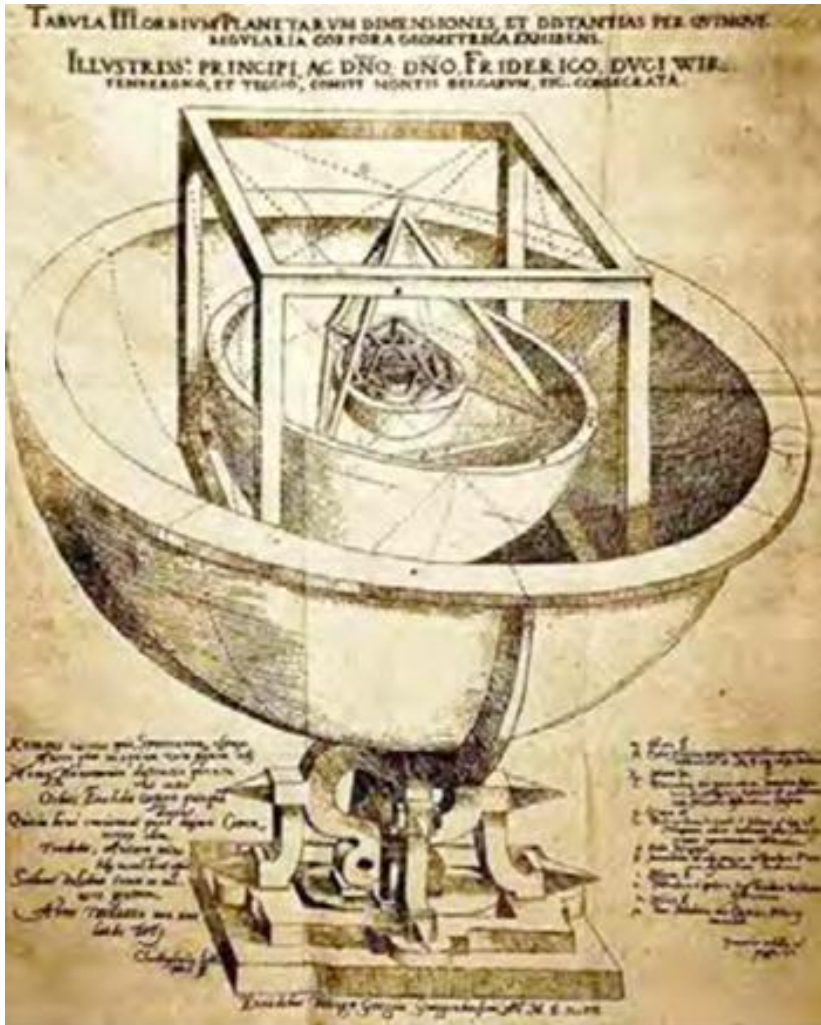
*Demonstratum per quinque regularia corpora
Geometrica.*

Il mistero della forma del cosmo

Sulla meravigliosa proporzione delle sfere celesti, e sulle vere e particolari cause del numero, della grandezza e dei movimenti periodici dei cieli.

Stabilito per mezzo dei cinque solidi geometrici regolari.

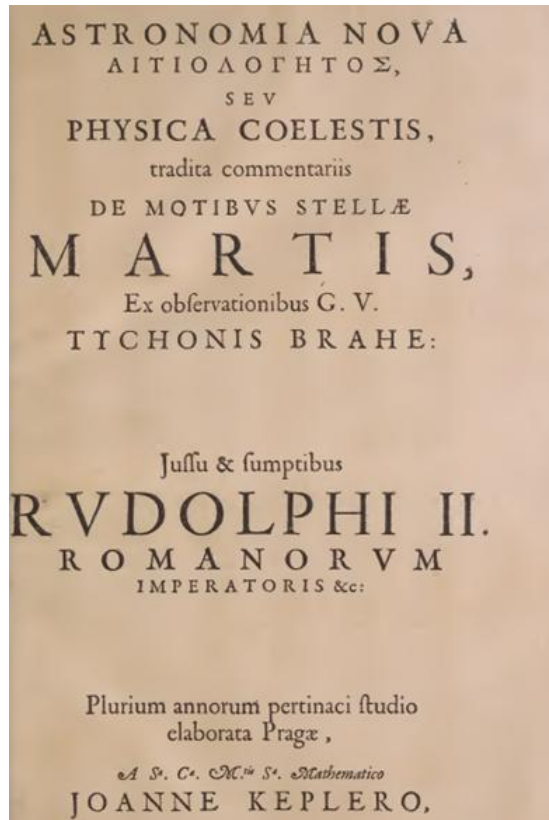
Mysterium Cosmographicum (1596)



Keplero disegna il modello del *Mysterium*, dove i cinque solidi platonici si alternano alle croste sferiche che rappresentano le orbite dei pianeti.

Sulla sfera più esterna si colloca l'orbita di Saturno. Inscritto in essa, Keplero colloca un cubo il quale, a sua volta, racchiude la sfera dell'orbita di Giove. Continuando in questa successione di solidi, all'interno della sfera di Giove, che la separa da quella di Marte, viene collocato un tetraedro; tra Marte e la Terra il solido prescelto è il dodecaedro, tra la Terra e Venere l'icosaedro ed infine, tra Venere e Mercurio, l'ottaedro..

Astronomia nova (1609)



ASTONOMIA NOVA

AITIOΛΟΓΗΤΟΣ, seu physica coelestis, tradita commentariis de motibus stellae Marti, ex observationibus Tychonis Brahe

Nuova astronomia dalle cause, o fisica dei cieli, tratta dall'esame dei moti della stella Marte, a partire dalle osservazioni di Tycho Brahe.

Astronomia nova (1609)

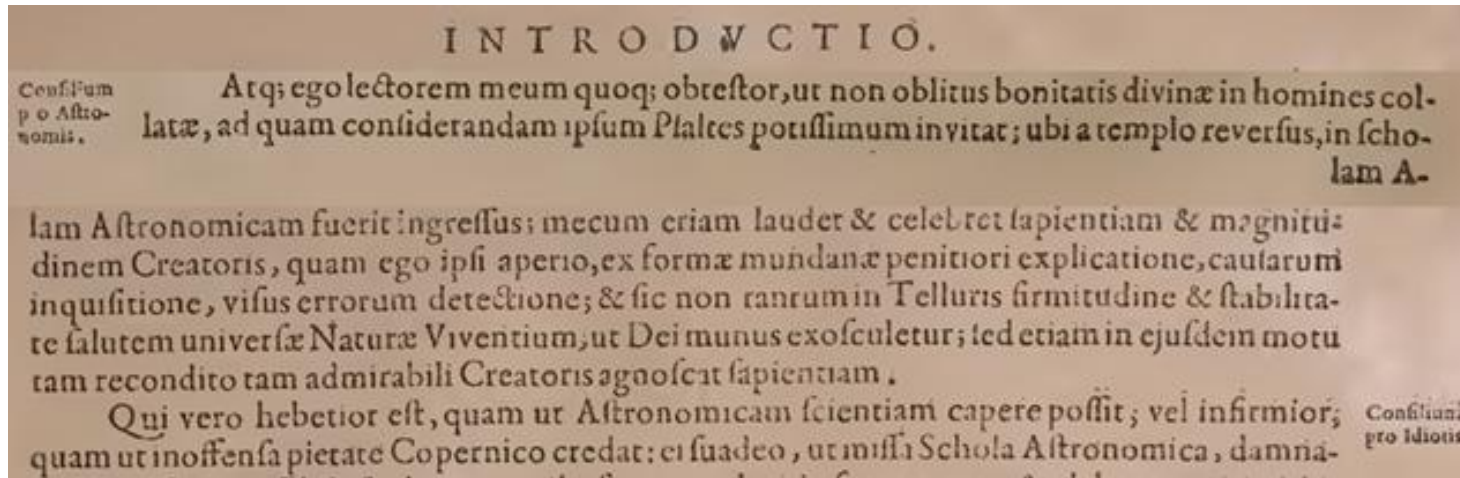
Nell'introduzione Keplero giustifica la sua adesione alla teoria eliocentrica di Copernico.



Atqui corpora utraq; Solis & Telluris inspiciantur, fiatq; judicium de utroque, utri magis comperat fons motus corporis reliqui: Solne terram moveat, qui cæteros movet Planetas; an Terra Solem, motorem cæterorum, tot vicibus se majorem? Ne igitur cogamur concedere, Solem a Terra moveri, quod absurdum: Soli immobilitas, Telluri motus est concedendus.

Ora consideriamo i corpi del sole e della terra, e decidiamo quale sia più adatto a essere la fonte del moto per l'altro corpo. Il sole, che muove il resto dei pianeti, muove la terra, o la terra muove il sole, che muove il resto, e che è tante volte più grande? A meno che non siamo costretti ad ammettere l'assurda conclusione che il sole è mosso dalla terra, dobbiamo accettare che il sole sia fisso e che la terra si muova.

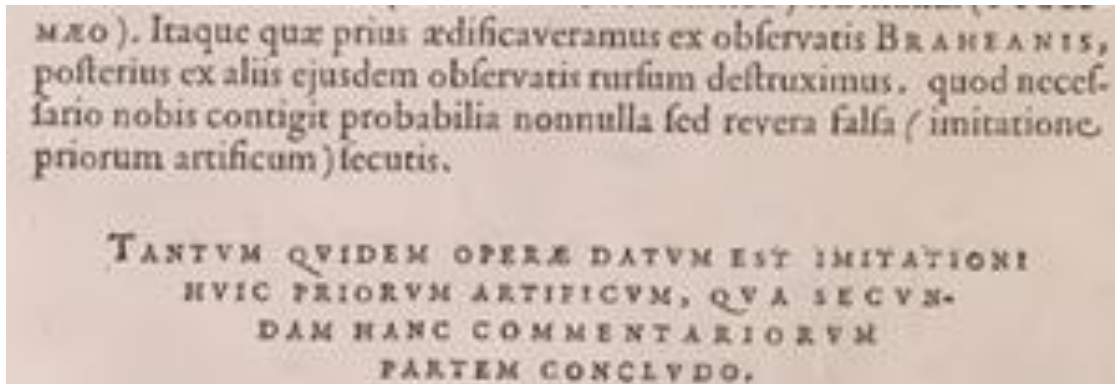
Astronomia nova (1609)



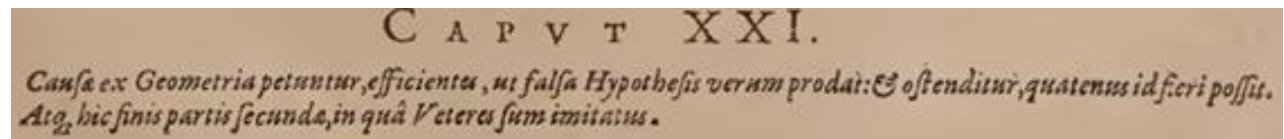
Anch'io imploro il mio lettore di non dimenticare la bontà divina conferita agli uomini. Spero che lodi e celebri la saggezza e la grandezza del Creatore, che gli spiego nella spiegazione della forma del mondo, nell'indagine delle cause. Non solo esalti la divina beneficenza del Creatore nella Sua preoccupazione per il benessere di tutti gli esseri viventi, espressa nella fermezza e stabilità della terra, ma riconosca anche la Sua saggezza espressa nel suo movimento, allo stesso tempo così ben nascosto e così ammirevole.

Astronomia nova (1609)

Prima di poter costruire qualcosa di nuovo, Keplero deve liberarsi dei lacci aristotelici, ovvero dei dogmi astronomici del moto circolare e del moto uniforme. Alla fine della parte seconda, Keplero dichiara che abbandonerà gli assiomi degli antichi.



Pertanto, ciò che avevamo precedentemente costruito dalle osservazioni di Tycho Brahe, lo abbiamo poi distrutto osservando nuovamente gli stessi (dati), cosa che purtroppo ci è capitata seguendo alcuni assiomi plausibili ma in realtà sbagliati (ad imitazione degli uomini del passato).



C A P V T XXI.

Causa ex Geometria petuntur, efficientes, ut falsa Hypothesis verum prodai: Et ostenditur, quatenus id fieri possit. Atque hic finis partis secundae, in qua Veteres sum imitatus.

Atque hic finis partis secundae, in qua Veteres sum imitatus.

Qui termina la parte in cui mi rifaccio agli antichi



DIALOGO D I GALILEO GALILEI LINCEO

MATEMATICO SOPRAORDINARIO

DELLO STUDIO DI PISA.

E Filosofo, e Matematico primario del

SERENISSIMO

GR.DVCA DI TOSCANA.

Doue ne i congressi di quattro giornate si discorre
sopra i due

MASSIMI SISTEMI DEL MONDO
TOLEMAICO, E COPERNICANO;

*Proponendo indeterminatamente le ragioni Filosofiche, e Naturali
tanto per l'una, quanto per l'altra parte.*

CON PRI



VILEGI.

IN FIRENZA, Per Gio:Batista Landini MDCXXXII.

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

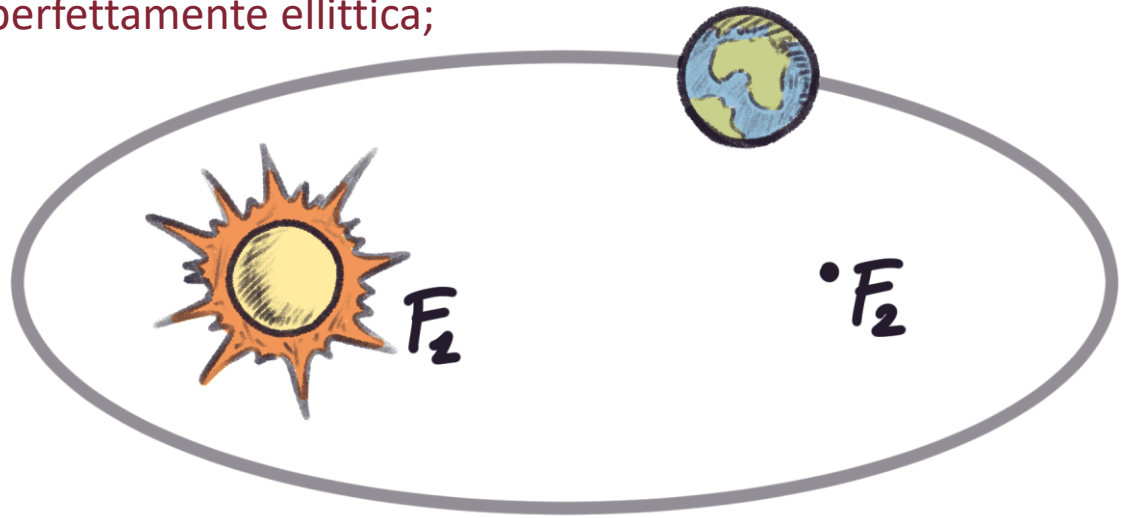
Astronomia nova (1609)

LA PRIMA LEGGE

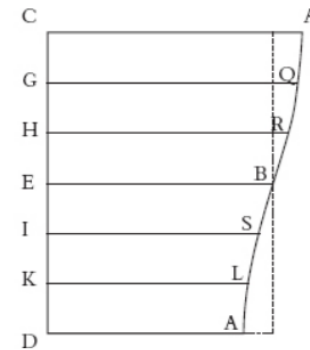
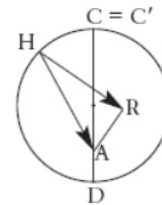
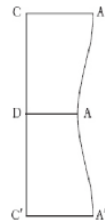
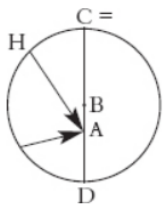
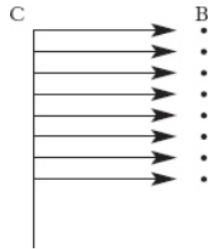
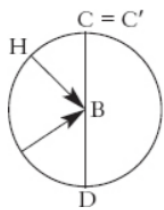
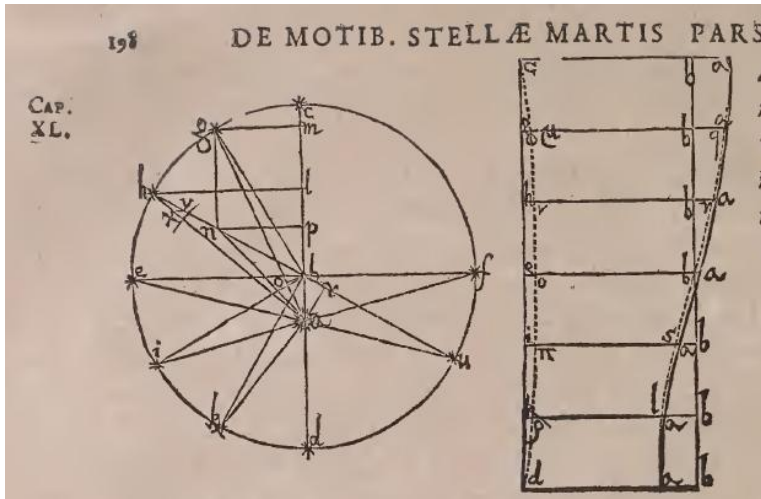


P A R S Q V A R T A. 285
nihil mediat nisi ellipsis alia. Ergo ellipsis est Planetæ iter; & lunula
a semicirculo resecta habet dimidiam prioris latitudinem scilicet 429. CAP.
Quod si iter Planetæ esset ellipsis, satis patuit, non posse i pro f u- LVIII.
surpari: quia si hoc fit, iter Planetæ buccofum efficitur. *Sint enim angulis*
G B D. H A K. æquales infra Q B P. S A R: Et centro X scribatur rursus epicyclus

Pertanto, il percorso del Pianeta è una ellissi; ... come sarà evidente nel prossimo capitolo, dove sarà anche dimostrato, che qualsiasi figura dell'orbita del pianeta deve essere abbandonata, se non quella perfettamente ellittica;

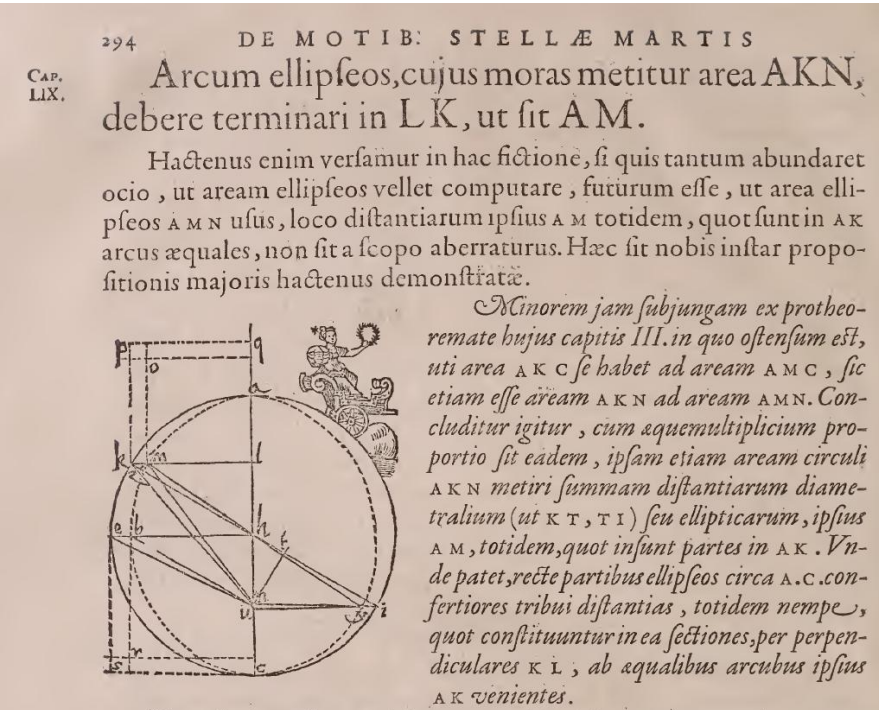


Astronomia nova (1609)

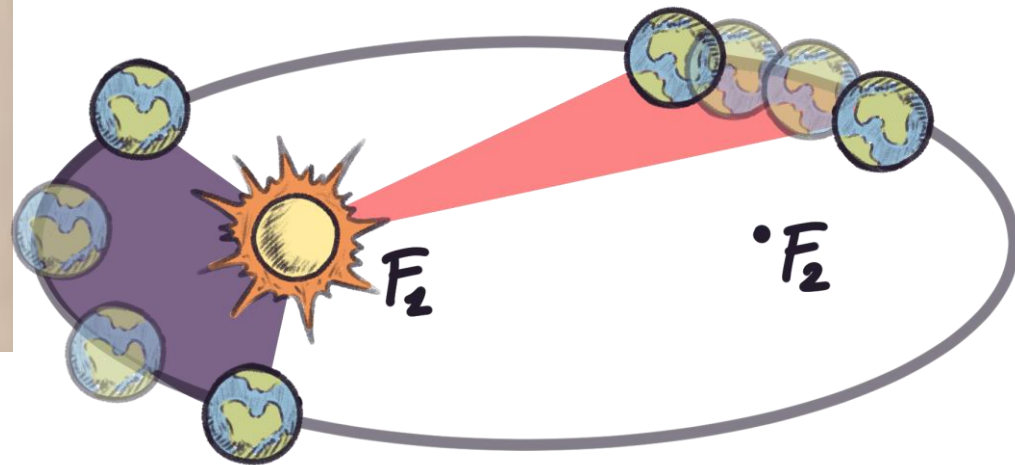


Astronomia nova (1609)

LA SECONDA LEGGE

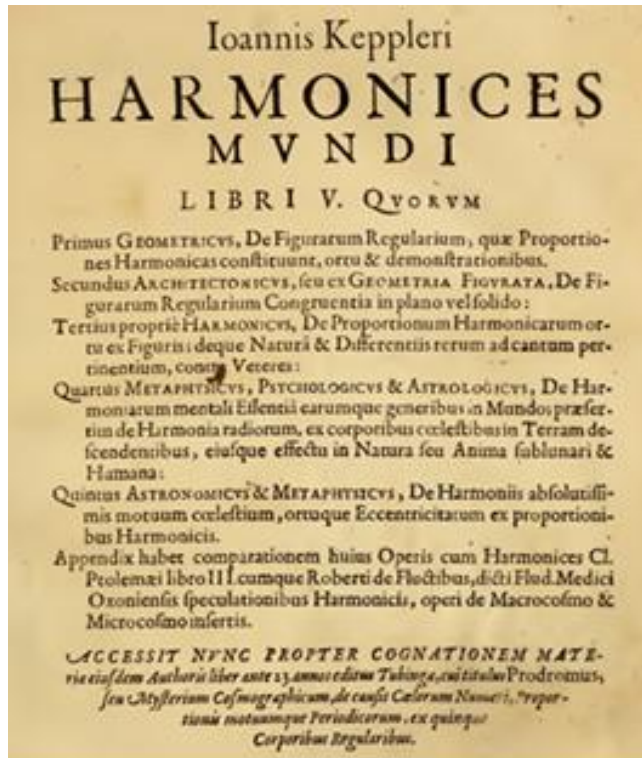


L'arco dell'ellisse, la cui lunghezza è misurata dall'area AKN , deve terminare in LK , quindi è AM



L'arco dell'ellisse, la cui durata è delimitata [cioè, misurata] dall'area AKM, dovrebbe terminare in LK, in modo che esso [cioè, l'arco] sia AM. In altre parole, il tempo che Marte impiega per muoversi lungo un arco AM della sua orbita ellittica è misurato dall'area del segmento AMN dell'ellisse (dove N è la posizione del Sole), che a sua volta è proporzionale alla sezione AKN del cerchio che circonda l'ellisse e che è tangente ad essa. Pertanto, l'area che viene spazzata da un raggio dal Sole a Marte mentre Marte si muove lungo un arco della sua orbita ellittica è proporzionale al tempo che Marte impiega per muoversi lungo quell'arco. **Quindi, un raggio dal Sole a Marte spazza aree uguali in tempi uguali.**

Harmonice Mundi (1618)



HARMONICES MUNDI

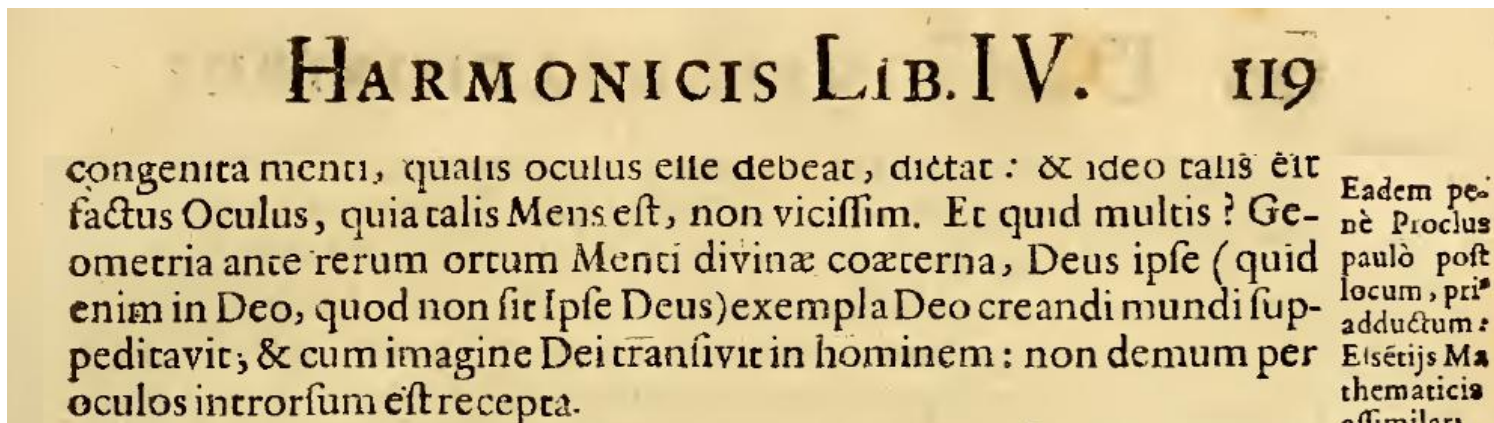
Libri V

- I – Poligoni regolari e le proporzioni armoniche
- II – Congruenze tra le figure piane e solide
- III – Proporzioni armoniche nella musica
- IV – Aspetti astrologici e metafisici dell'armonia
- V – L'armonia dei moti dei pianeti e la risonanza orbitale

I cinque libri della scienza dell'**armonia del mondo**.

Harmonice Mundi (1618)

Il libro è fondato sulla convinzione che l'intero creato, dal sistema solare alle relazioni umane, sia governato dalle leggi dell'armonia. Questa armonia è per Keplero l'impronta impressa da Dio nel momento creazione e si esprime con il linguaggio della geometria.



La Geometria è coeterna alla mente divina sin da prima della creazione. È Dio stesso (infatti cosa c'è in Dio che non sia Dio stesso?), e ha dato a Dio i modelli per la creazione dell'universo.

Harmonice Mundi (1618)



DE MOTIBUS PLANETARUM 179

vafa aurea Ægyptiorum furari, ut Deo meo Tabernaculum ex ijs
construam, longissimè ab Ægypti finibus. Si ignoscitis, gaudebo; si
succensetis, feram: jacio en aleam, librumque scribo, seu præsentibus,
seu posteris legendum, nihil interest: expectet ille suum lectorem
semper annos centum; si Deus ipse per annorum sena millia contem-
platores præstolatus est.

Se mi perdonate sarò felice, se vi adirate, lo sopporterò; ecco corro il rischio e scrivo un libro, non importa se da leggere dai contemporanei o dai posteri; aspetti esso il suo lettore per cento anni se Dio ha spettato per seimila anni uno che lo meditasse.

Harmonice Mundi (1618)

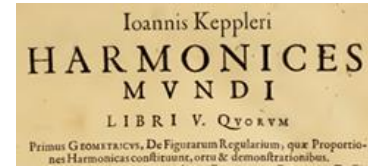
Keplero, studiando le relazioni tra i moti dei pianeti e associandole alle proporzioni delle melodie musicali, attribuisce a ciascun pianeta delle note, così da poter decodificare la “musica dei cieli”.



Relativamente al nostro pianeta ha scritto: **“La Terra canta Mi, Fa, Mi: potete dedurre persino dalle sillabe che in questo nostro mondo non vi è che Miseria e Fame”.**

Harmonice Mundi (1618)

LA TERZA LEGGE



*inter principia, primò crederem. Sed res est certissima exactissima-
que, quòd proportio quæ est inter binorum quorumcunque Planetarum tempo-
ra periodica, sit præcisè sesquialtera proportionis mediarum distantiarum, id*

Infine, è cosa certissima ed esattissima che la proporzione, che lega i tempi periodici di ciascuna coppia di pianeti, sia precisamente la **proporzione sesquialtera** delle distanze medie.

La proporzione sesquialtera è il rapporto **3/2** che reggeva il sistema musicale della scuola pitagorica

La terza legge, come la scrive Keplero è:

$$T = kR^{3/2}$$

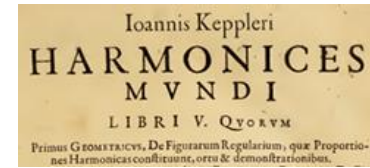
Oggi la legge viene espressa nella forma equivalente:

$$T^2/R^3 = k$$

“Il quadrato del periodo di rivoluzione di un pianeta è proporzionale al cubo della sua distanza media dal Sole”.

Harmonice Mundi (1618)

Con i nuovi rapporti tra velocità minime e massime, Keplero ricalcolò eccentricità e velocità medie e, sfruttando la terza legge, le distanze medie dei pianeti dal Sole. Egli organizzò i risultati ottenuti in una tabella, dove era possibile confrontare i valori così ricavati con quelli sperimentalmente osservati da Tycho Brahe, mentre nell'ultima colonna erano riportati i valori dedotti attraverso la teoria dei poliedri regolari.



Nam si Semidiameter orbis figuræ circumscripti quæ est commu- niter 100000, fiat				Tunc Semidr inscripti		Cum sit intervallum ex Harmonijs.	
	ex	pro	fiet				
In Cubo	8994. ♀	57733	5194.	Medium	♂	24.5206.	
In Tetraëdro	4948. ♀	33333	1649.	aphelium	♂	1661.	
In Dodecaëdro	1384. ♂	79463	1100.	aphelium	T.	1018.	
In Icosiedro	983. T.	79463	781.	aphelium	♀	726.	
In Echino	1384. ♂	52573	728.	aphelium	♀	726.	
In Octaedro	716. ♀	57733	413.	medium	♂	392.	
In Quadrato Octaedri	716. ♀	70711	506.	aphelium	♂	476.	
vcl	476. ♀	70713	336.	perihelium	♀	308.	

Harmonice Mundi (1618)

Magnus Dominus noster, & magna virtus ejus & Sapientia ejus non est numerus; laudate eum coeli, laudate eum Sol, Luna & Planetae, quocunque sensu ad percipiendum, quacunque lingua ad eloquendum Creatorem vestrum utamini: Laudate eum Harmoniae coelestes, laudate eum vos Harmoniarum detestatorum arbitri: lauda & tu anima mea Dominum Creatorem tuum, quamdiu fuero: namque ex ipso & per ipsum & in ipso sunt omnia, καὶ τὰ αἰσθητὰ, καὶ τὰ νοερά; tam ea quae ignoramus penitus, quam ea quae scimus, minima illorum pars; quia adhuc plus ultra est. Ipse laus, honor & gloria in saecula saeculorum AMEN.

Tuq; ante omnes Mœstine felici senectâ, namq; tu solebas Has dicitis animare speq; curas

F I N I S.



Grande è il nostro Dio, eccelsa è la sua virtù, e la sua Sapienza è infinita: lodatelo voi, o cieli, e anche voi, Sole, Luna e Pianeti, qualunque senso per percepire e qualunque lingua usiate per parlare del vostro Creatore; **lodatelo voi, armonie celesti, lodatelo voi che studiate le armonie evidenti; anche tu, anima mia, celebra il Signore e tuo Creatore fino a quando avrò vita**; infatti tutte le cose sono da Lui, per Lui ed in Lui, quelle materiali e quelle spirituali, sia quelle che non conosciamo affatto, sia quelle che conosciamo, che sono una minima parte delle prime, in quanto non si può ulteriormente andare oltre. A Dio la lode, l'onore e la gloria nei secoli dei secoli. **AMEN.**

Bibliografia

Testi tradotti

- J. KEPLERO, *Mysterium cosmographicum*
- J. KEPLERO, *Astronomia nova*
- J. KEPLERO, *Harmonice Mundi*
- N. CUSANO, *De docta ignorantia*

Testi consultati

- A.M. LOMBARDI, *Keplero. Una biografia scientifica*, Codice Edizioni, 2020
- B. D'AMORE, S. SBARAGLI, *La matematica e la sua storia voll. II e III*, Edizioni Dedalo, 2019
- C. ROVELLI, *Che cos'è la scienza. La rivoluzione di Anassimandro*, Mondadori, 2011
- C. ROVELLI, *Sette brevi lezioni di fisica*, Adelphi, 2014
- E. BONCINELLI, U. BOTTAZZINI, *La serva padrona. Fascino e potere della matematica*, Raffaello Cortina Editore, 2000
- U. BOTTAZZINI, *Numeri*, Il Mulino, 2015
- U. BOTTAZZINI, *Pitagora, il padre di tutti i teoremi*, Il Mulino, 2020
- P. ODIFREDDI, *C'è spazio per tutti. Il grande racconto della geometria*, Mondadori, 2010
- P. ODIFREDDI, *Pillole matematiche. I numeri tra umanesimo e scienza*, Raffaello Cortina Editore, 2022
- M. LIVIO, *La sezione aurea*, Rizzoli, 2002
- M. BROOKS, *Uno, due, tre, molti. Come la matematica ha creato la civiltà*, Bollati Boringhieri, 2022
- P. ROSSI, *La nascita della scienza moderna in Europa*, Editori Laterza, 1997
- M. KLINE, *Storia del pensiero matematico*, Einaudi, 1999
- G. REALE, *Storia della filosofia greca e romana*, Bompiani, 2018

La matematica è una scienza che confina da una parte con la filosofia, dall'altra con la fisica e le scienze della natura. Per questo motivo abbiamo sempre visto, e sempre vedremo, i matematici camminare in due direzioni opposte.

Henri Poincaré