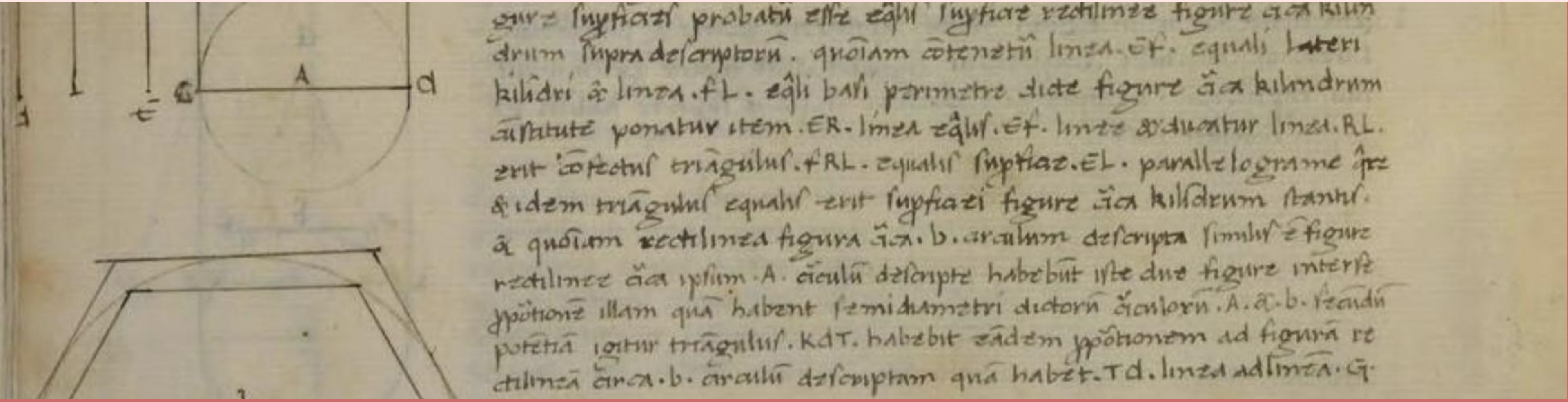
La rappresentazione del movimento nel Medioevo

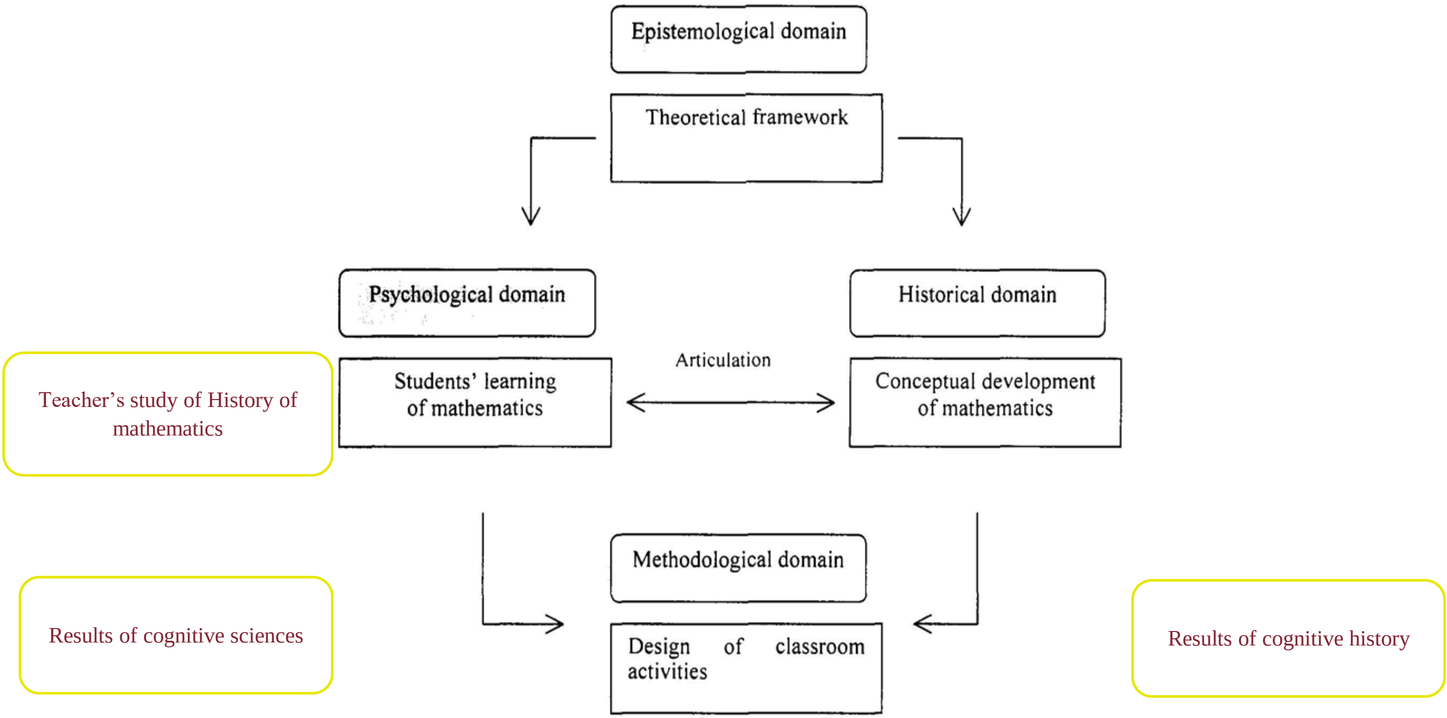
Laura Tomassi IC Angelo Maria Ricci
Università di Tor Vergata



Workshop «Matematica e Latino nella Scuola secondaria di secondo grado»

II edizione - Roma, 4-5 aprile 2025

La storia integrata nella didattica della matematica e delle scienze



Radford, L., Bartolini Bussi, M. G., Bekken, O., Boero, P., Dorier, J. L., Katz, V., ... & Vasco, C. (2000). Historical formation and student understanding of mathematics. In *History in mathematics education: The ICMI study* (pp. 143-170). Dordrecht: Springer Netherlands.

Cognitive history

«Cognitive history lies at the intersection of' history of science and the cognitive sciences. Like the history of science, it studies a cultural artefact. Like the cognitive sciences, it approaches knowledge not through its specific propositional contents but through its forms and practices»

		Sources of knowledge	
		Cultural	**Biological**
Status of knowledge	**Propositional knowledge**	Kuhnian history of science	
	Practices of knowledge	Cognitive history	Fodorean cognitive science

Reviel Netz. The Shaping of Deduction in Greek Mathematics: A Study in Cognitive History (Ideas in Context)

«Like the history of science, it studies a cultural artefact.»

Ricerche didattiche sui metodi di apprendimento del pensiero proporzionale e protoalgebrico: i « problemi di realtà storica » del Liber Abbaci

Il passaggio dalle proporzioni al pensiero proporzionale/covariazionale (rif)

Come vedremo in alcuni esempi, nel Medioevo c'era un certo interesse per i problemi «di movimento» che emergevano in contesti pedagogici. Sebbene questi problemi fossero usati come mezzi educativi, tuttavia rivelano modi in cui spazio, tempo e movimento erano concettualmente correlati

La misura del tempo

XII.3.23

De cane et uulpe.

Item si queratur de uulpe, que est ante canem pasus 50, et pasus 9 fugientis uulpis sunt passus 6 sequentis canis; queritur in quantum ea consequetur. Hec enim questio eandem retinet regulam ouorum: uidelicet ut extrahas 6 de 9, remanent 3; in quibus diuide multiplicationem de 6 in 50, exibunt passus 100; et in tot diebus canis fuit cum uulpe in uno puncto. Verum si distantiam eorum ignoraueris; et preponatur, quod canis uulpem adiungat in passibus 100; multiplicabis 3 per 100, et diuides per predicta 6.

Dies
100
Distantia
50

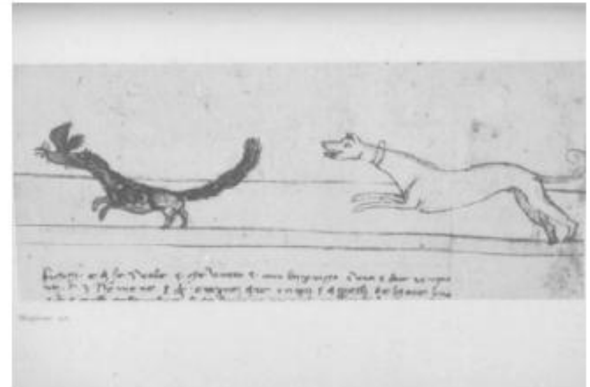
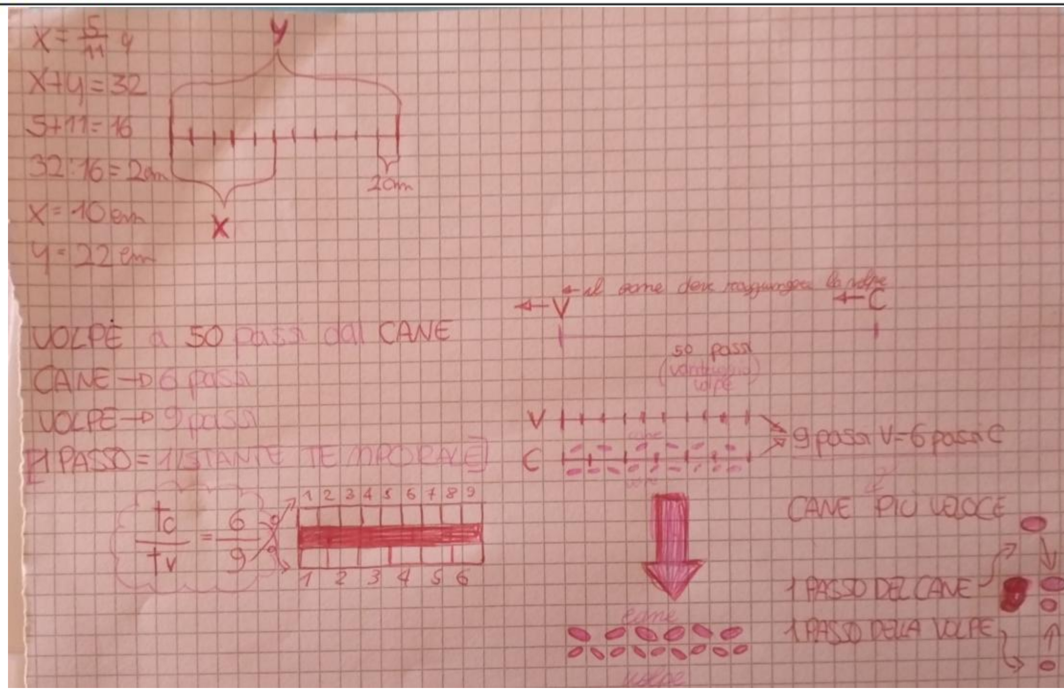


Figure 1. Left, the drawing accompanying Alcuin's problem. Right, the drawing accompanying dell'Abacco's problem.



Il primo modo (senza sistema di equazioni e senza l'interpretazione ~~.....~~ con le leggi orarie) ~~...~~ è interpretabile formalmente così:

Il tempo impiegato dal cane t_c a percorrere uno spazio Δs (che è $\frac{6}{9}$ il tempo impiegato dalla volpe t_v a percorrere lo stesso tragitto) deve essere il tempo impiegato dalla volpe (che ha un vantaggio temporale di 50 passi)

$\Downarrow$

Imporre il raggiungimento della ~~.....~~ volpe da parte del cane, è come dire che CONTEMPORANEAMENTE le due "grandezze" (t_c e t_v) devono soddisfare le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} t_c = \frac{6}{9} t_v \longleftrightarrow \frac{t_c}{t_v} = \frac{6}{9} \\ t_v = t_c + 50 \longleftrightarrow t_v - t_c = 50 \end{cases}$$

$\Downarrow$

* è lo stesso problema (è riconducib

dei segmenti che si dà alle MEDIE:

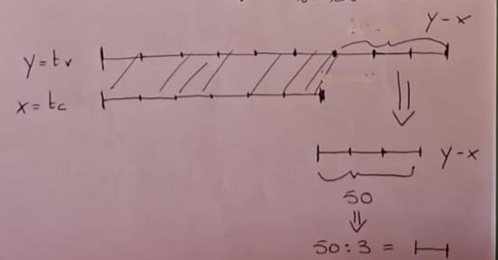
- Il rapporto tra due segmenti è $\frac{6}{9}$:

$$\frac{y}{x} = \frac{6}{9}$$

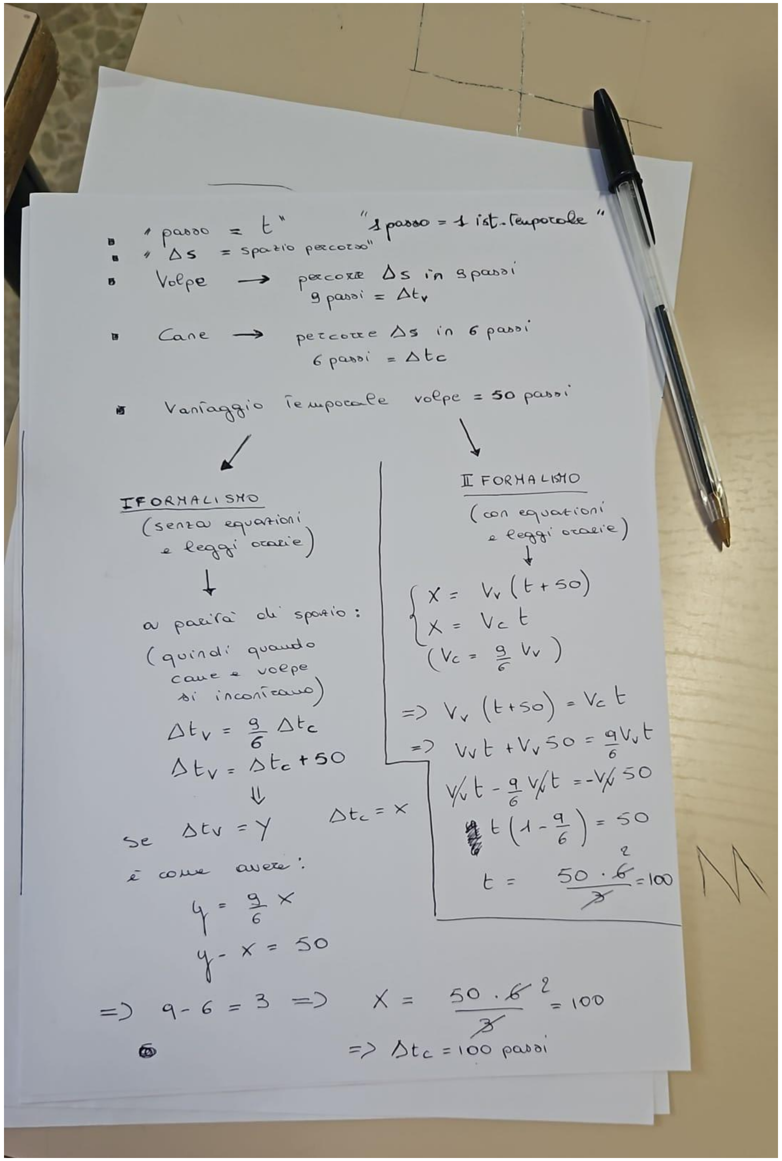
- La loro differenza è 50:

$$y - x = 50$$

$\Downarrow$ Alle medie si risolve:



$$t_c = x = \frac{50}{3} \cdot 6$$



- "passo = t" "1 passo = 1 ist. temporale"
- "Δs = spazio percorso"
- Volpe → percorre Δs in 9 passi
  9 passi = Δt_v
- Cane → percorre Δs in 6 passi
  6 passi = Δt_c
- Vantaggio temporale volpe = 50 passi

I FORMALISMO
(senza equazioni e leggi orarie)

a parità di spazio:
(quindi quando cane e volpe si incontrano)

$$\Delta t_v = \frac{9}{6} \Delta t_c$$
$$\Delta t_v = \Delta t_c + 50$$
$$\Downarrow$$

se $\Delta t_v = y$ $\Delta t_c = x$

è come avere:

$$y = \frac{9}{6} x$$
$$y - x = 50$$

II FORMALISMO
(con equazioni e leggi orarie)

$$\begin{cases} x = V_v (t + 50) \\ x = V_c t \end{cases}$$
$$\left(V_c = \frac{9}{6} V_v\right)$$

$$\Rightarrow V_v (t+50) = V_c t$$
$$\Rightarrow V_v t + V_v 50 = \frac{9}{6} V_v t$$
$$\cancel{V_v} t - \frac{9}{6} \cancel{V_v} t = -\cancel{V_v} 50$$
$$t\left(1 - \frac{9}{6}\right) = 50$$
$$t = \frac{50 \cdot \cancel{6}^{2}}{\cancel{3}} = 100$$

$$\Rightarrow 9 - 6 = 3 \Rightarrow x = \frac{50 \cdot \cancel{6}^{2}}{\cancel{3}} = 100$$

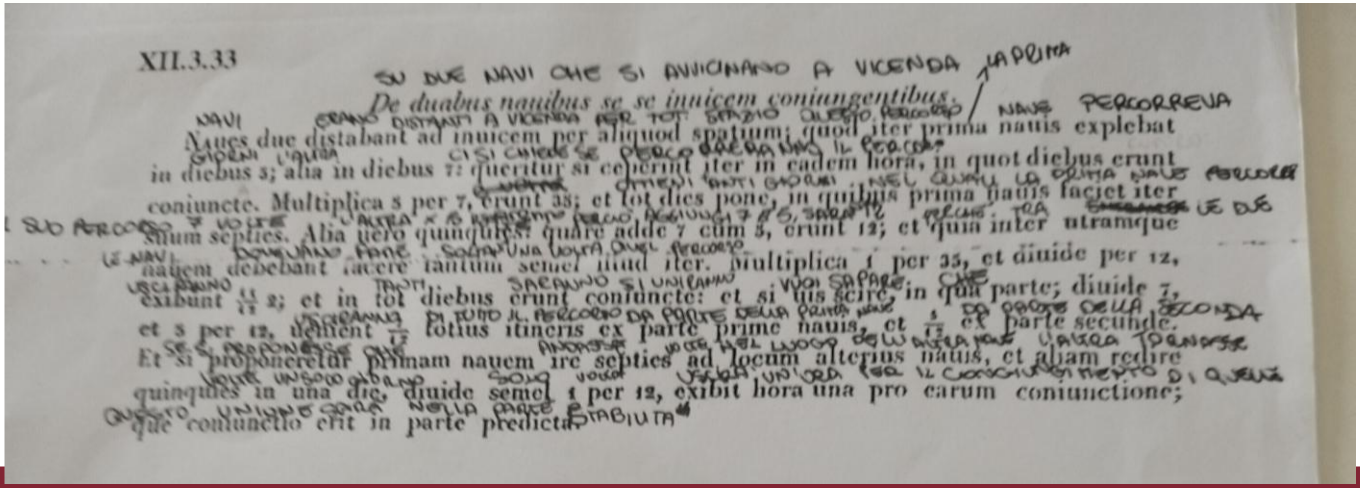
$$\Rightarrow \Delta t_c = 100 \text{ passi}$$

«delle due navi che si devono congiungere tra di loro»

XII.3.33

De duabus nauibus se se inuicem coniungentibus.

Naues due distabant ad inuicem per aliquod spatium; quod iter prima nauis explebat in diebus 5; alia in diebus 7: queritur si ceperint iter in eadem hora, in quot diebus erunt coniuncte. Multiplica 5 per 7, erunt 35; et tot dies pone, in quibus prima nauis faciet iter suum septies. Alia uero quinquies: quare adde 7 cum 5, erunt 12; et quia inter utramque nauem debebant facere tantum semel illud iter. Multiplica 1 per 35, et diuide per 12, exibunt $\frac{11}{12}$ 2; et in tot diebus erunt coniuncte: et si uis scire, in qua parte; diuide 7, et 5 per 12, uenient $\frac{7}{12}$ totius itineris ex parte prime nauis, et $\frac{5}{12}$ ex parte secunde. Et si proponeretur primam nauem ire septies ad locum alterius nauis, et aliam redire quinquies in una die, diuide semel 1 per 12, exibit hora una pro earum coniunctione; que coniunctio erit in parte predicta.



- La natura implicita del tempo nei problemi precedenti non dovrebbe sorprendere, se teniamo presente che questioni come l'elucidazione del tempo, la determinazione della sua natura e le forme per calcolarlo non erano urgenti nel contesto socioculturale delle attività medievali.

- « ogni tentativo di indagare le concettualizzazioni del tempo, della velocità e della rapidità deve tenere conto delle strutture mentali culturali che le sostengono. Queste strutture mentali culturali, o epistemi, per usare il termine di Michel Foucault, non sono mere forme spirituali o intellettuali che si evolvono da sole. Esse sorgono, acquisiscono forma ed evolvono sotto l'evoluzione delle pratiche sociali, così come delle loro condizioni materiali, forme di produzione e relazioni sociali» L. Radford ref

La concezione del tempo

«was still the time of an economy
dominated by agrarian rhythms,
free of haste, careless of exactitude,
unconcerned by productivity
—and of a society created in the image
of the economy, sober and modest,
without enormous appetites, undemanding, and incapable
(Le Goff, 1980, p. 44) »

«People lived subjected to the cycle of seasons.

Church time marked the canonical hours: prime was around the beginning of the day or first hour; terce was the middle of the morning; nones was midday; vespers corresponded to the middle of the afternoon and compline meant the end of the day.

The unit of labour time was the day, defined by sunrise and sunset. Since the hours depended on sunrise, the length of the hours changed with the seasons…

April 22 1201, the lawyer Guglielmo da Sori wrote, "inter terciam et nonam"—i.e., "between terce and nones" or between the middle of the morning and midday».

- But in the 12th Century the cultural mental structures shifted or evolved into new decisive directions, when merchants required a finer measure of time for their activities. The duration of a sea trip or the journey from one place to another became important elements to take into account. Merchants became aware that to make money, time had to be used in a rational way. A sense of strict and minute planning emerged in order to master the interval between conceiving a venture and executing it to make the greatest profit possible. Church time and its canonical hours were, of course, ill-suited to cope with the increasing complexity of the new economic life. The day as a time unit was not appropriate either, for it was clear that important decisions taken at a certain point of the day rather than a bit later could make and unmake fortunes. (Le Goff, 1980, p. 35).

«delle due navi che si devono congiungere tra di loro»

Liber Abbaci di Leonardo Pisano (1202)

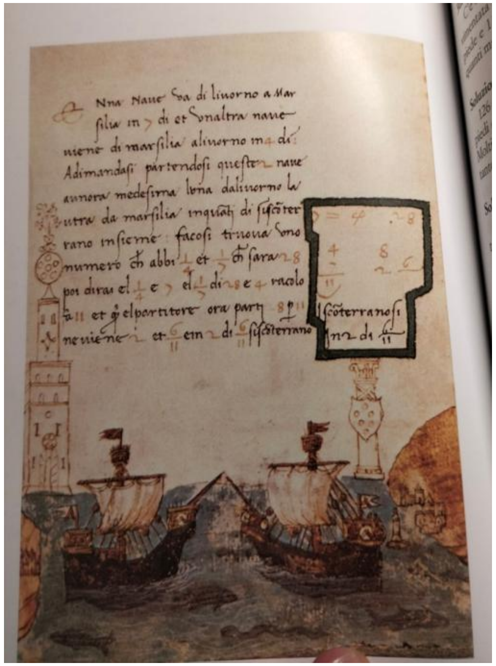
(XII.3.33 ; *G*: XII.131) *D*ue navi distano tra loro di un certo spazio, la prima nave compie questo percorso in 5 giorni; l'altra in 7 giorni: si chiede, se cominciassero il cammino alla stessa ora, in quanti giorni esse si incontrerebbero. Moltiplica 5 per 7, fa 35; e poni, [*per incontrarsi*], tanti giorni; in essi la prima nave fa il suo percorso sette volte, l'altra invece 5 volte: perciò somma 7 con 5, fa 12; e poiché entrambe le navi devono compiere solo una volta quel cammino, moltiplica 1 per 35, e dividi per 12,

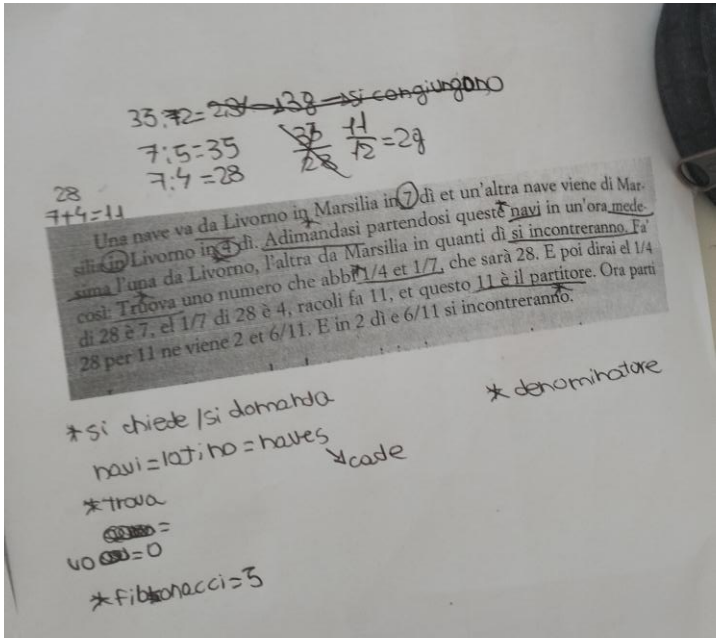
Calandri (fine 1400)

Una nave va da Livorno in Marsilia in 7 dì et un'altra nave viene di Marsilia in Livorno in 4 dì. Adimandasi partendosi queste navi in un'ora medesima l'una da Livorno, l'altra da Marsilia in quanti dì si incontreranno. Fa' così: Truova uno numero che abbi 1/4 et 1/7, che sarà 28. E poi dirai el 1/4 di 28 è 7, el 1/7 di 28 è 4, racoli fa 11, et questo 11 è il partitore. Ora parti 28 per 11 ne viene 2 et 6/11. E in 2 dì e 6/11 si incontreranno.

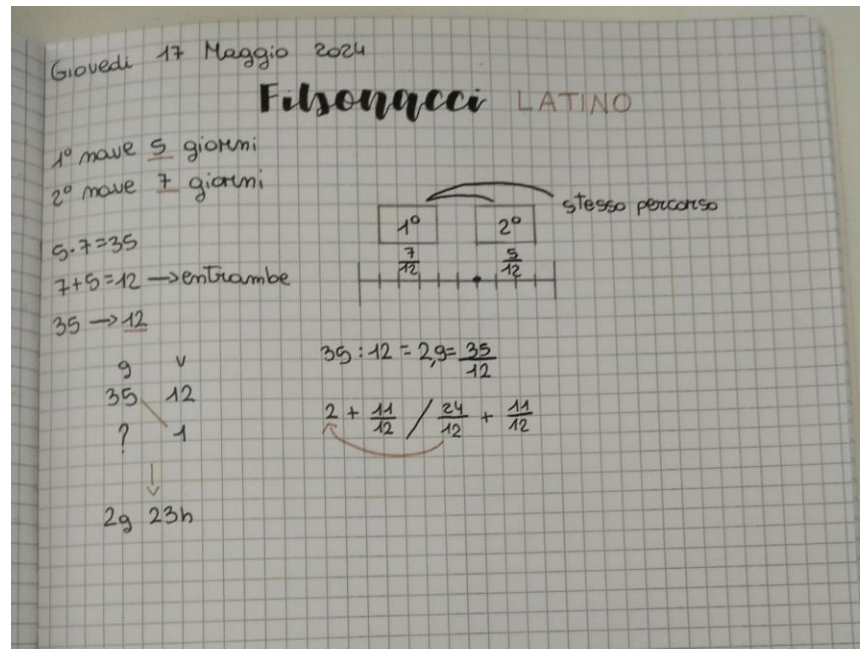
In questo caso le due navi insieme compiono in un giorno 1/7+1/4 = 11/28 di viaggio per cui si incontrano dopo 28:11= 2+6/11 giorni.

Maestro Umbro (1300)





7:5=35
7:4=28
28
7+4=11
Una nave va da Livorno in Marsilia in 7 dì et un'altra nave viene di Marsilia in Livorno in 4 dì. Adimandasi partendosi queste navi in un'ora medesima l'una da Livorno, l'altra da Marsilia in quanti dì si incontreranno. Fa' così: Truova uno numero che abbi 1/4 et 1/7, che sarà 28. E poi dirai el 1/4 di 28 è 7, el 1/7 di 28 è 4, racoli fa 11, et questo 11 è il partitore. Ora parti 28 per 11 ne viene 2 et 6/11. E in 2 dì e 6/11 si incontreranno.
*si chiede /si domanda
navi=latino=naves
*cade
*trova
*denominatore
*fibonacci=3



Giovedi 17 Maggio 2024
Fibonacci LATINO
1° nave 5 giorni
2° nave 7 giorni
stesso percorso
1°
2°
5·7=35
7+5=12 —>entrambe
35 —> 12
g v
35 12
? 1
2g 23h
35:12 = 2,9= 35/12
2 + 11/12 / 24/12 + 11/12

Non è un problema di cinematica

- con il suo metodo "oscuro" (perché moltiplica 7 per 5? ha senso fisico moltiplicare le due durate?), Fibonacci ha risposto alla prima domanda del problema delle due navi (mentre la risposta alla seconda domanda è ottenuta in modo chiaro).
- Con metodo moderno, dall'uguaglianza dello spazio percorso a velocità v e v' diverse: 5v=7v' (spazio uguale percorso in tempi diversi) si ricava v'= (5/7)v.
- Il secondo step della modellizzazione algebrica si realizza pensando alla prima nave che parte "dall'origine" e la seconda nave che parte dalla posizione 5v e si muove con velocità di segno negativo, via via diminuendo la distanza dalla prima nave...
- Le due equazioni del moto sono quindi: s(t)=vt, s'(t)=5v-v't = 5v-(5/7)vt
- Uguagliando: t=5-(5/7)t. da cui: (1+5/7)t=5 e infine: t=35/12 di giornata
- Questo confronto potrebbe essere proposto verso la fine di una terza "media" (a condizione di capire il metodo di Fibonacci, esposto nei problemi precedenti rispetto a quello delle due navi) - classe di III "media" che ha pienamente realizzato gli obiettivi delle Indicazioni Nazionali, oppure più facilmente in una classe del Biennio del Liceo.

I prerequisiti contestuali che resero possibile la Rivoluzione Scientifica nel XVII secolo in Occidente:
-le traduzioni del XII- XIII sec (in lingua latina)
-le Università (Parigi, Oxford, Bologna)
-i filosofi teologico-naturali

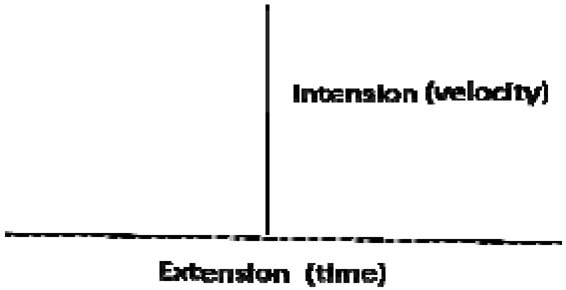
«Benché Galileo Cartesio e Newton abbiano dato grandissimi contributi alla scienza nel campo della cinematica e della dinamica del moto, molte questioni sollevate dai filosofi naturali del Medioevo fanno parte integrante della storia di quelle soluzioni.
…il cammino percorso dalla scienza e dalla filosofia naturale greco arabe latine come un processo di sviluppo continuo…..gettò le basi della scienza moderna»

Nicola Oresme (Bayeux 1323 circa- Lisieux 1382)

- anticipò Copernico sostenendo nel suo *Trattato del cielo e del mondo* con argomentazioni molto precise e convincenti, che la terra ruota intorno al sole e non viceversa,
- anticipò Cartesio utilizzando un sistema per rappresentare grandezze variabili che è molto simile ai metodi della geometria analitica, nel trattato *"De unitate et difformitate intensionum"* meglio noto come *"De configurationibus qualitatum et motuum",*
- anticipò Galileo nello studio del moto uniformemente accelerato, studio che effettuò, sebbene con qualche incertezza, avvalendosi della teoria delle proporzioni. Nel *De proportionibus proportionum,* composto verso il 1360, troviamo per la prima volta la nozione di potenza con esponente frazionario positivo con una notazione già simile alla nostra e la formulazione delle regole equivalenti alle odierne leggi degli esponenti

- Partendo dal lavoro degli studiosi del Merton College di Oxford, che gli era ben noto, Oresme ebbe l'idea di rappresentare su un diagramma la variazione del tempo e della forma variabile (quella a cui si riferiva spesso era la velocità, ma spesso si nota l'aspirazione ad una trattazione di carattere generale): su una linea orizzontale egli segnava dei punti che rappresentavano istanti di tempo (o longitudini), e in corrispondenza di ogni istante tracciava perpendicolarmente alla linea delle longitudini un segmento lineare (latitudine) la cui lunghezza rappresentava la intensità della forma variabile. Se le estremità di tali segmenti costituivano un segmento parallelo alla retta orizzontale delle longitudini e quindi la figura risultante era un rettangolo Oresme parlava di *qualitas uniformis*, espressione che noi traduciamo parlando di funzione costante; se costituivano un segmento inclinato e quindi la figura risultante è un trapezio Oresme parlava di *qualitas uniformiter difformis*, espressione che viene da noi tradotta parlando di funzione lineare o di moto uniformemente accelerato; se il moto uniformemente accelerato inizia dalla quiete, le linee delle velocità (cioè le ordinate) vengono a formare, nel loro insieme, un triangolo rettangolo. Infine, il caso di un moto non uniformemente accelerato (*difformiter difformis*), viene definito per esclusione dopo i precedenti e quindi corrisponde alla situazione in cui le estremità di tali segmenti costituiscono una curva non rettilinea. Oresme sottolinea l'equivalenza tra la rappresentazione mediante trapezi e la proprietà funzionale che viene espressa, provando una implicazione e cioè che a una rappresentazione di tipo trapezoidale corrisponde una variazione di tipo lineare della *qualitas*

De configurationibus qualitatum et motuum



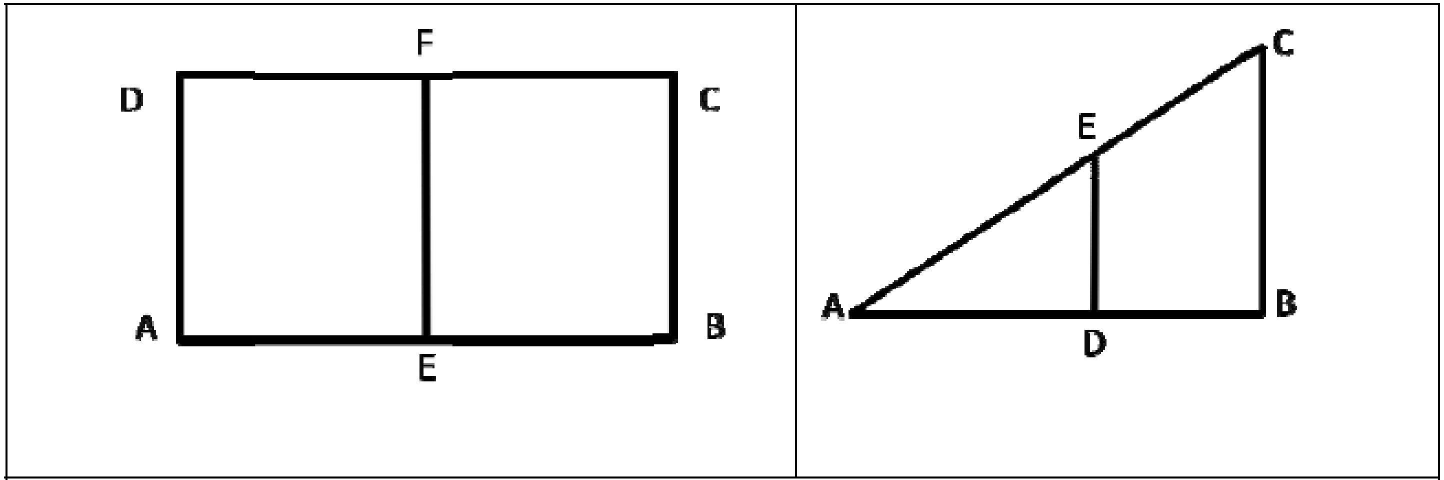


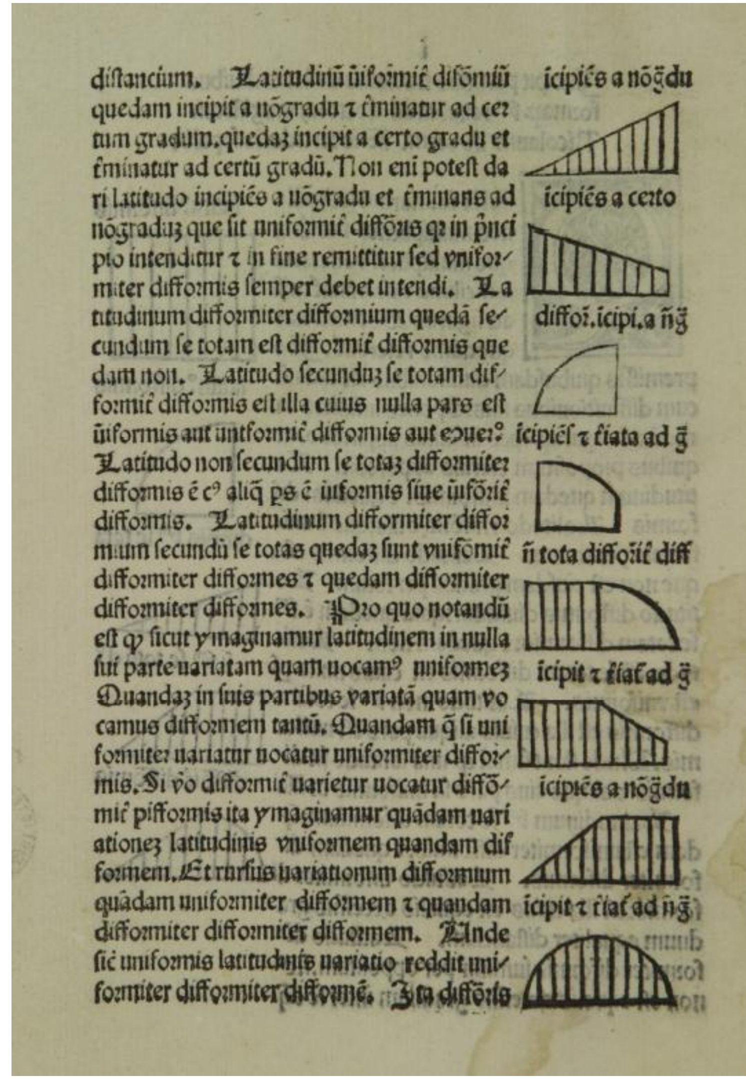
Figure 4. Configurations of qualities having uniformly and non-uniform intensities.

i

Incipit perutilis tractatus de latitudinibus formarum secundum reverendum doctorem magistrum Nicolaum Horem. Die tercidecia septembris

Quia formarum latitudines multipliciter variantur que multiplices varietates difficilime discernuntur nisi ad figuras geometricas quodammodo referantur. Ideo premissis quibusdam divisionibus latitudinum cum diffinitionibus suis: species infinitas earundem ad figurarum species infinitas applicabo. ex quibus propositum clarius apparebit. Latitudinum quedam uniformis: et quedam difformis. Latitudo uniformis est illa: que est uniformis per totum. Latitudo difformis est que non est eiusdem gradus per totum. Latitudo difformis dividitur: quia quedam est secundum se totam difformis: et quedam non. Latitudo secundum se totam difformis est cuius nulla pars est uniformis. Latitudo non secundum se totam difformis est illa cuius aliqua pars est uniformis. Unde stant simul quod una latitudo sit difformis et aliqua eius pars sit uniformis ut illa

Latitudinum secundum se totam difformium: quedam est uniformiter difformis, et quedam difformiter difformis. Latitudo uniformiter difformis: est illa cuius est equalis excessus graduum equaliter distancium. Latitudo di-



distancium. Latitudinum uniformiter difformium quedam incipit a non gradu et terminatur ad certum gradum, quedam incipit a certo gradu et terminatur ad certum gradum. Non enim potest dari latitudo incipiens a non gradu et terminans ad non gradum que sit uniformiter difformis quia in principio intenditur et in fine remittitur sed uniformiter difformis semper debet intendi. Latitudinum difformiter difformium quedam secundum se totam est difformiter difformis quedam non. Latitudo secundum se totam difformis est illa cuius nulla pars est uniformis aut uniformiter difformis aut equaliter. Latitudo non secundum se totam difformiter difformis est cuius aliqua pars est uniformis sive uniformiter difformis. Latitudinum difformiter difformium secundum se totas quedam sunt uniformiter difformiter difformes et quedam difformiter difformiter difformes. Pro quo notandum est quod sicut ymaginamur latitudinem in nulla sui parte variatam quam vocamus uniformem Quandam in suis partibus variatam quam vocamus difformem tantum. Quandam que si uniformiter variatur vocatur uniformiter difformis. Si vero difformiter varietur vocatur difformiter difformis ita ymaginamur quandam variationem latitudinis uniformem quandam difformem. Et rursus variationum difformium quandam uniformiter difformem et quandam difformiter difformiter difformem. Unde sic uniformis latitudinis variatio reddit uniformiter difformiter difformem. Ita difformis

- *"Qualitas vero uniformiter difformis est cuius omnium trium punctorum proportio distantie inter primum et secundum ad distantiam inter secundum et tertium est sicut proportio excessus primi supra secundum ad excessum secundi supra tertium in intensione..." (De configurationibus qualitatuum et motuum Parte I, Cap.Xi).*

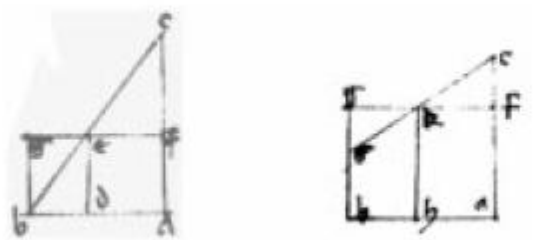
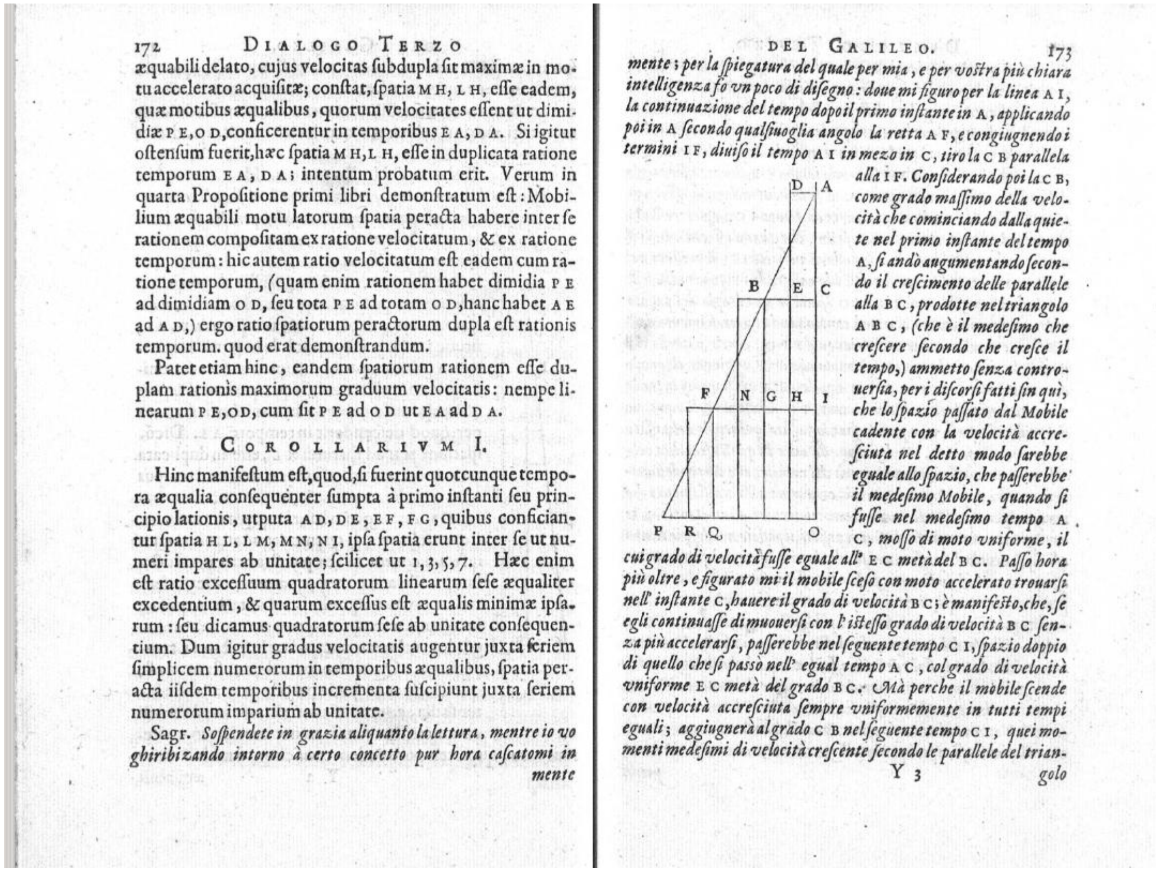


Figure 4. Oresme's proof (pictures from a 15th century copy of Oresme's 'De configurationibus qualitum' reprinted from Claget, 1959).

- Nella Parte III del *De Configurationibus* Oresme enuncia il famoso teorema:
- " *Omnis qualitas, si fuerit uniformiter difformis, ipsa est tanta quanta foret qualitas eiusdem subiecti vel equalis uniformis secundum gradum puncti medii eiusdem subiecti” (De configurationibus, Parte III,capitolo vii).*

Quindi, alla fine del Trecento, era possibile la rappresentazione grafica di una quantità variabile.



172 DIALOGO TERZO

æquabili delato, cujus velocitas ſubdupla ſit maximæ in motu accelerato acquiſitæ; conſtat, ſpatia M H, L H, eſſe eadem, quæ motibus æqualibus, quorum velocitates eſſent ut dimidiæ P E, O D, conficerentur in temporibus E A, D A. Si igitur oſtenſum fuerit, hæc ſpatia M H, L H, eſſe in duplicata ratione temporum E A, D A; intentum probatum erit. Verum in quarta Propoſitione primi libri demonſtratum eſt: Mobilium æquabili motu latorum ſpatia peracta habere inter ſe rationem compoſitam ex ratione velocitatum, & ex ratione temporum: hic autem ratio velocitatum eſt eadem cum ratione temporum, (quam enim rationem habet dimidia P E ad dimidiam O D, ſeu tota P E ad totam O D, hanc habet A E ad A D,) ergo ratio ſpatiorum peractorum dupla eſt rationis temporum. quod erat demonſtrandum.

Patet etiam hinc, eandem ſpatiorum rationem eſſe duplam rationis maximorum graduum velocitatis: nempe linearum P E, O D, cum ſit P E ad O D ut E A ad D A.

COROLLARIVM I.

Hinc manifeſtum eſt, quod, ſi fuerint quotcunque tempora æqualia conſequenter ſumpta à primo inſtanti ſeu principio lationis, utputa A D, D E, E F, F G, quibus conficiantur ſpatia H L, L M, M N, N I, ipſa ſpatia erunt inter ſe ut numeri impares ab unitate; ſcilicet ut 1, 3, 5, 7. Hæc enim eſt ratio exceſſuum quadratorum linearum ſeſe æqualiter excedentium, & quarum exceſſus eſt æqualis minimæ ipſarum: ſeu dicamus quadratorum ſeſe ab unitate conſequentium. Dum igitur gradus velocitatis augentur juxta ſeriem ſimplicem numerorum in temporibus æqualibus, ſpatia peracta iiſdem temporibus incrementa ſuſcipiunt juxta ſeriem numerorum imparium ab unitate.

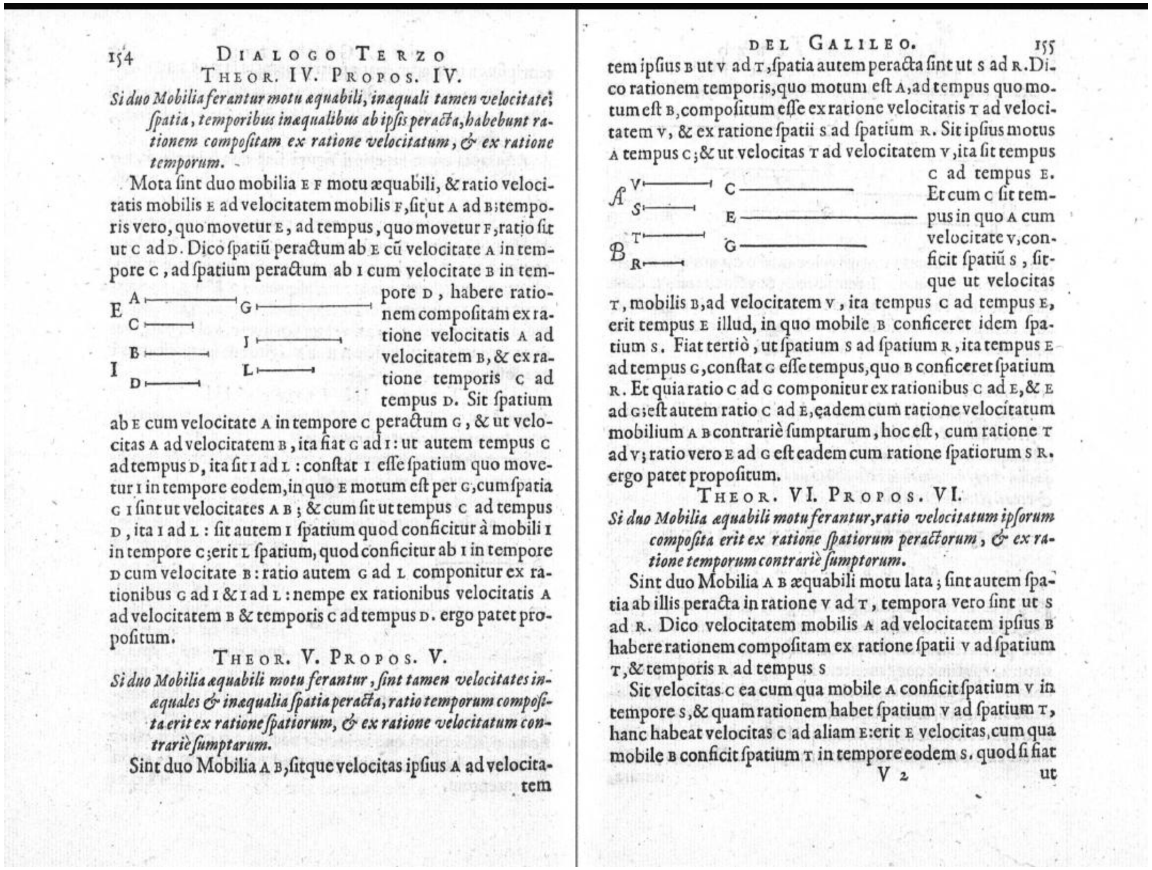
Sagr. *Soſpendete in grazia aliquanto la lettura, mentre io vo ghiribizando intorno à certo concetto pur hora caſcatomi in mente*

DEL GALILEO. 173

mente; per la ſpiegatura del quale per mia, e per voſtra più chiara intelligenza fo vn poco di diſegno: doue mi figuro per la linea A I, *la continuazione del tempo dopo il primo inſtante in* A, *applicando poi in* A *ſecondo qualſiuoglia angolo la retta* A F, *e congiugnendo i termini* I F, *diuiſo il tempo* A I *in mezo in* C, *tiro la* C B *parallela alla* I F. *Conſiderando poi la* C B, *come grado maſſimo della velocità che cominciando dalla quiete nel primo inſtante del tempo* A, *ſi andò augumentando ſecondo il creſcimento delle parallele alla* B C, *prodotte nel triangolo* A B C, *(che è il medeſimo che creſcere ſecondo che creſce il tempo,) ammetto ſenza controuerſia, per i diſcorſi fatti ſin quì, che lo ſpazio paſſato dal Mobile cadente con la velocità accreſciuta nel detto modo ſarebbe eguale allo ſpazio, che paſſerebbe il medeſimo Mobile, quando ſi fuſſe nel medeſimo tempo* A C, *moſſo di moto vniforme, il cui grado di velocità fuſſe eguale all'* E C *metà del* B C. *Paſſo hora più oltre, e figurato mi il mobile ſceſo con moto accelerato trouarſi nell' inſtante* C, *hauere il grado di velocità* B C; *è manifeſto, che, ſe egli continuaſſe di muouerſi con l'isteſſo grado di velocità* B C *ſenza più accelerarſi, paſſerebbe nel ſeguente tempo* C I, *ſpazio doppio di quello che ſi paſsò nell' egual tempo* A C, *col grado di velocità vniforme* E C *metà del grado* B C. *Mà perche il mobile ſcende con velocità accreſciuta ſempre vniformemente in tutti tempi eguali; aggiugnerà al grado* C B *nel ſeguente tempo* C I, *quei momenti medeſimi di velocità creſcente ſecondo le parallele del trian-*

Y 3 *golo*

Galilei e le proporzioni



THEOR. IV. PROPOS. IV.

Si duo Mobilia ferantur motu æquabili, inæquali tamen velocitate; ſpatia, temporibus inæqualibus ab ipſis peracta, habebunt rationem compoſitam ex ratione velocitatum, & ex ratione temporum.

Mota ſint duo mobilia E F motu æquabili, & ratio velocitatis mobilis E ad velocitatem mobilis F, ſit ut A ad B; temporis vero, quo movetur E, ad tempus, quo movetur F, ratio ſit ut C ad D. Dico ſpatiũ peractum ab E cũ velocitate A in tempore C, ad ſpatium peractum ab I cum velocitate B in tempore D, habere rationem compoſitam ex ratione velocitatis A ad velocitatem B, & ex ratione temporis C ad tempus D. Sit ſpatium ab E cum velocitate A in tempore C peractum G, & ut velocitas A ad velocitatem B, ita fiat G ad I: ut autem tempus C ad tempus D, ita ſit I ad L: conſtat I eſſe ſpatium quo movetur I in tempore eodem, in quo E motum eſt per G, cum ſpatia G I ſint ut velocitates A B; & cum ſit ut tempus C ad tempus D, ita I ad L: ſit autem I ſpatium quod conficitur à mobili I in tempore C; erit L ſpatium, quod conficitur ab I in tempore D cum velocitate B: ratio autem G ad L componitur ex rationibus G ad I & I ad L: nempe ex rationibus velocitatis A ad velocitatem B & temporis C ad tempus D. ergo patet propoſitum.

THEOR. V. PROPOS. V.

Si duo Mobilia æquabili motu ferantur, ſint tamen velocitates inæquales & inæqualia ſpatia peracta, ratio temporum compoſita erit ex ratione ſpatiorum, & ex ratione velocitatum contrariè ſumptarum.

Sint duo Mobilia A B, ſitque velocitas ipſius A ad velocitatem

tem ipſius B ut V ad T, ſpatia autem peracta ſint ut S ad R. Dico rationem temporis, quo motum eſt A, ad tempus quo motum eſt B, compoſitum eſſe ex ratione velocitatis T ad velocitatem V, & ex ratione ſpatii S ad ſpatium R. Sit ipſius motus A tempus C; & ut velocitas T ad velocitatem V, ita ſit tempus C ad tempus E. Et cum C ſit tempus in quo A cum velocitate V, conficit ſpatiũ S, ſitque ut velocitas T, mobilis B, ad velocitatem V, ita tempus C ad tempus E, erit tempus E illud, in quo mobile B conficeret idem ſpatium S. Fiat tertiò, ut ſpatium S ad ſpatium R, ita tempus E ad tempus G, conſtat G eſſe tempus, quo B conficeret ſpatium R. Et quia ratio C ad G componitur ex rationibus C ad E, & E ad G; eſt autem ratio C ad E, eadem cum ratione velocitatum mobilium A B contrariè ſumptarum, hoc eſt, cum ratione T ad V; ratio vero E ad G eſt eadem cum ratione ſpatiorum S R. ergo patet propoſitum.

THEOR. VI. PROPOS. VI.

Si duo Mobilia æquabili motu ferantur, ratio velocitatum ipſorum compoſita erit ex ratione ſpatiorum peractorum, & ex ratione temporum contrariè ſumptorum.

Sint duo Mobilia A B æquabili motu lata; ſint autem ſpatia ab illis peracta in ratione V ad T, tempora vero ſint ut S ad R. Dico velocitatem mobilis A ad velocitatem ipſius B habere rationem compoſitam ex ratione ſpatii V ad ſpatium T, & temporis R ad tempus S

Sit velocitas C ea cum qua mobile A conficit ſpatium V in tempore S, & quam rationem habet ſpatium V ad ſpatium T, hanc habeat velocitas C ad aliam E: erit E velocitas, cum qua mobile B conficit ſpatium T in tempore eodem S. quod ſi fiat

V 2 ut

Le forme in questione erano un concetto aristotelico, equivalente a quello di *qualità*. Ad esempio erano forme o qualità la velocità di un oggetto in moto e la temperatura variabile da un punto ad un altro in un corpo non uniformemente riscaldato. La questione era questa: come le categorie, le qualità o forme, o almeno alcune di esse, possono essere presenti in grado minore o maggiore; cioè può non solo esserci un’alterazione o un cambiamento da una qualità ad un'altra, come ad esempio dal bianco al nero, ma anche da un'intensità di una data qualità ad un'altra intensità della stessa qualità, come ad esempio dal bianco al grigio chiaro.

Oresme

- Per confrontare, sommare o sottrarre o misurare le grandezze omogenee, quali le figure piane, le solide o le superfici gli antichi greci avevano inventato la teoria delle proporzioni, esposta nel quinto libro degli Elementi di Euclide. Non rientravano ovviamente in questa teoria le forme che venivano ora prese in considerazione: contrariamente alla concezione statica che sottende il concetto di grandezza come inteso dai greci, tali forme potevano possedere, come abbiamo già detto, vari gradi di intensità e potevano cambiare con continuità entro certi limiti prefissati Il problema da affrontare era quindi completamente nuovo e non classificabile all'interno delle conoscenze già ben consolidate. Nonostante ciò si pensò di poter trattare la materia inquadrandola nell'ambito della teoria delle grandezze di Euclide, utilizzando di conseguenza la teoria delle proporzioni. Inoltre, mentre gli studiosi del Merton college si limitarono a considerazioni di carattere quasi esclusivamente aritmetico, quando la teoria oltrepassò il canale della Manica e pervenne a Nicola di Oresme, costui pensò di utilizzare una rappresentazione geometrica delle forme che si rivelò molto proficua. Coerentemente con tale rappresentazione, secondo Nicola ogni forma variabile poteva essere immaginata nella forma di una quantità continua ed il problema che si poneva era lo studio della variazione delle misure numeriche di cui tale forma era suscettibile istante per istante.

- Secondo Anneliese Maier, [Das Problem der intensiven Grosse in der Scholastic (Leipzig, 1939), citata nel libro di Curtis Wilson, William Heytesbury, Medieval Logic and the rise of Mathematical Physic, Madison, 1960] gli Scolastici del XIV secolo non aggiunsero nulla di nuovo alla analisi della natura ontologica della variazione delle qualità. Vennero però alla luce due nuovi problemi, uno di carattere logico, uno di carattere matematico: il primo consisteva nel come denominare un soggetto in cui l'intensità di una qualità varia da un punto ad un altro, il secondo consisteva nel descrivere i differenti modi possibili della variazione spaziale o temporale dell'intensità e di trovare delle regole di equivalenza tra una distribuzione di intensità ed un'altra. La parola *latitudo*, che era stata usata da Enrico di Gand per indicare l'insieme dei valori (*gradus*) tra cui si situano i vari possibili valori dell'intensità, fu anche usata per indicare un particolare caso della variazione dell'intensità (*intensio*), in corrispondenza dei particolari valori del tempo o dello spazio. Era quindi possibile confrontare diverse latitudini e stabilire dei criteri di equivalenza tra loro: così l'intensità qualitativa diventava una quantità

Selezionare per scrivere o eliminare il sottotitolo

Figure 2. Left, a drawing from a 5th c. Manuscript (Brown, 1990, p. 19); objects are juxtaposed. Middle, Uccello's painting *The selling of the host* (ca. 1468); objects are related in a unifying perspective system. Right, contemporary formulas of the distance in an integrated system where reference to a *same spatial point* and *common time* become the explicit organizing element.

The emergence of a Cartesian system of coordinates and its central point (0, 0) was one of the most sophisticated ways in which to express the complex set of relations between the objects described in the situation at hand.

Bibliografia

- Biacino Loredana, *Dalla dottrina medioevale della latitudo formarum a Galilei*
- Clagett, M.: 1959, *Science of Mechanics in the Middle Ages*, The University of Wisconsin Press, Madison
- Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational studies in mathematics*, *39*(1), 111-129.
- Kaput. J.J.: 1994a, ‘The representational roles of technology in connecting mathematics with authentic experience’, in R. Biehler, R.W. Scholz, R. Sträßer, B. Winkelmann (eds.), *Didactics ofMathematics as a Scientific Discipline*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 379–397.
- Radford, L. (2008). Semiotic reflections on medieval and contemporary graphic representations of motion. Working paper presented at meeting of the History and Pedagogy of Mathematics Conference (HPM 2008), 14–18 July 2008, Mexico City. http://www. laurentian. ca/educ/lradford/. Accessed July 14.

Selezionare per scrivere o eliminare il sottotitolo

Bibliografia

- Sfard, A.: 1991, ‘On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin’, *Educational Studies in Mathematics* 22,1–36.